

CHƯƠNG 02

PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN MỘT CHIỀU

Trong chương 2 tập trung khảo sát lần lượt các vấn đề liên quan đến phương pháp phân tích hay giải mạch một chiều:

- Áp dụng các định luật Kirchhoff và các biến đổi của định luật Kirchhoff dùng giải mạch: phương trình điện thế nút, phương trình dòng vòng.

- Mạch tương đương Thévenin và Norton.

- Khảo sát nguyên lý tuyến tính và nguyên lý xếp chồng.

Trong suốt quá trình khảo sát chúng ta luôn quan tâm đến hai dạng độc lập và phụ thuộc của tất cả nguồn dòng và nguồn áp.

2.1. PHƯƠNG TRÌNH ĐIỆN THẾ NÚT – PHƯƠNG TRÌNH NÚT

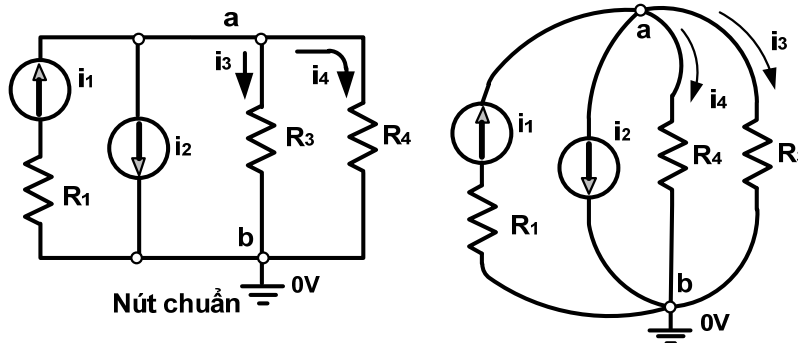
- Phương pháp giải mạch dùng phương trình điện thế nút là phương pháp giải mạch dựa vào định luật Kirchhoff 1.

- Chúng ta khảo sát phương pháp này từ trường hợp đơn giản đến trường hợp tổng quát.

2.1.1. MẠCH CÓ NHÁNH CHỨA ĐIỆN TRỞ VÀ NGUỒN DÒNG

- Xét mạch điện trong hình 2.1; mạch có 4 nhánh, trong đó 2 nhánh có nguồn dòng và 2 nhánh còn lại chỉ chứa các phần tử điện trở.

- Trước tiên chọn một trong hai nút a và b làm nút chuẩn. Nút chuẩn qui ước có điện thế $v = 0V$. Trong hình 2.1 chọn b làm nút chuẩn và nút chuẩn được ký hiệu như trong hình 2.1.



HÌNH 2.1

- Điện áp giữa hai nút a và b được ký hiệu là v_{ab} xác định:

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_a - 0 = V_a \quad (2.1)$$

✚ Mục đích của phương pháp giải mạch là xác định điện thế tại nút a hoặc điện áp V_{ab} . Tại nút a, ta xây dựng phương trình cân bằng dòng theo định luật Kirchhoff 1. Tùy thuộc vào mỗi bài toán, hướng dòng điện trên các nhánh khảo sát tại nút a có thể vào nút hay đi ra khỏi nút khảo sát. Trong trường hợp chưa biết rõ chính xác hướng thực sự của dòng điện trên các nhánh, ta giả thiết dòng điện từ nút a đổ ra trên các nhánh.

Thực hiện theo qui ước này, ta dễ dàng kiểm soát các thông số khi xây dựng phương trình cân bằng dòng tại nút khảo sát.

✚ Với mạch điện cho trong hình 2.1, ta có kết quả sau:

$$i_3 = \frac{V_a}{R_3} = V_a \cdot G_3 \quad (2.2)$$

$$i_4 = \frac{V_a}{R_4} = V_a \cdot G_4 \quad (2.3)$$

Tại nút a các dòng quan hệ:

$$i_1 = i_2 + i_3 + i_4$$

$$\text{Hay: } i_1 - i_2 = \frac{V_a}{R_3} + \frac{V_a}{R_4} = V_a \cdot G_3 + V_a \cdot G_4 \quad (2.4)$$

Điện thế V_a tại nút a, hay điện áp V_{ab} xác định theo quan hệ sau:

$$V_a = \frac{i_1 - i_2}{\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)} = \frac{i_1 - i_2}{G_3 + G_4} \quad (2.5)$$

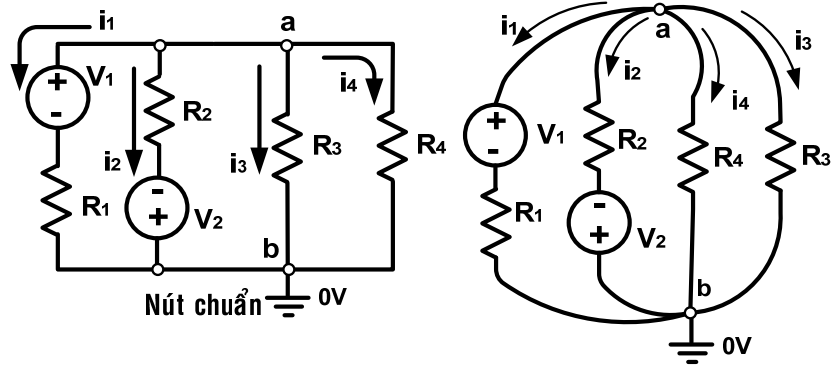
2.1.2. MẠCH ĐIỆN CÓ NHÁNH CHỨA ĐIỆN TRỞ VÀ NGUỒN ÁP

Xét mạch điện trong hình 2.2 gồm: 4 nhánh, trong đó 2 nhánh chứa nguồn áp và 2 nhánh còn lại chỉ chứa các phần tử điện trở. Cần chú ý các điểm sau:

Trên mỗi nhánh chứa nguồn áp độc lập, luôn có phần tử điện trở nối tiếp với nguồn áp.

✚ Từ nút a nhìn về các nguồn áp trên nhánh 1 và 2, ta có nhận xét: nguồn V_1 có cực + nằm gần nút a; còn nguồn áp V_2 có dấu – nằm gần nút a.

✚ Khi chọn b làm nút chuẩn, muốn viết phương trình định luật Kirchhoff 1 tại nút a, ta giả thiết tại nút a dòng đổ ra khỏi nút trên các nhánh.



HÌNH 2.2

✚ Dòng điện qua mỗi nhánh xác định như sau:

$$i_1 = \frac{v_a - V_1}{R_1} = (v_a - V_1) \cdot G_1 \quad (2.6)$$

$$i_2 = \frac{v_a + V_2}{R_2} = (v_a + V_2) \cdot G_2 \quad (2.7)$$

$$i_3 = \frac{v_a}{R_3} = v_a \cdot G_3 \quad (2.8)$$

$$i_4 = \frac{v_a}{R_4} = v_a \cdot G_4 \quad (2.9)$$

Viết phương trình Kirchhoff 1 tại nút a:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

Hay:

$$\frac{v_a - V_1}{R_1} + \frac{v_a + V_2}{R_2} + \frac{v_a}{R_3} + \frac{v_a}{R_4} = 0 \quad (2.10)$$

Hoặc:

$$(v_a - V_1) \cdot G_1 + (v_a + V_2) \cdot G_2 + v_a \cdot G_3 + v_a \cdot G_4 = 0 \quad (2.11)$$

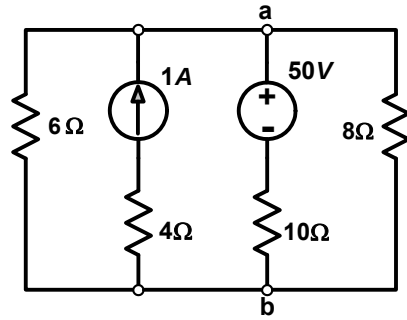
Từ (2.10), giải phương trình để xác định điện áp v_a tại nút khảo sát.

Ví dụ 2.1:

Cho mạch điện trong hình 2.3, áp dụng phương trình điện thế nút tính dòng qua điện trở 8Ω .

Giải:

Mạch điện trong hình 2.3 chỉ chứa 2 nút; chọn b làm nút chuẩn và viết phương trình điện thế nút tại a.



HÌNH 2.3

Giả sử các dòng điện đổ ra khỏi nút a trên các nhánh.

$$\text{Ta có: } \frac{v_a}{6} + \frac{v_a - 50}{10} + \frac{v_a}{8} - 1 = 0$$

$$\text{Rút gọn: } v_a \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{8} \right) = 5 + 1 = 6$$

$$\text{Hay: } v_a \cdot \left(\frac{20 + 12 + 15}{120} \right) = 6, \text{ Suy ra: } v_a = \frac{120 \cdot 6}{47} = \frac{720}{47} \text{ V}$$

Vậy dòng điện qua điện trở 8Ω được xác định như sau:

$$i = \frac{v_a}{8\Omega} = \frac{720}{47 \cdot 8} = \frac{90}{47} = 1,9\text{A}$$

2.1.3. MẠCH ĐIỆN NHIỀU HƠN HAI NÚT

Trong mục này, với mạch điện tổng quát chúng ta chỉ khảo sát các trường hợp tại nút khảo sát có nhánh chứa nguồn áp nối tiếp với điện trở. Còn trường hợp trên nhánh chỉ chứa duy nhất nguồn áp sẽ được khảo sát trong đề mục sau.

Trình tự được áp dụng để xây dựng phương trình điện thế nút, tiến hành theo các bước như sau:

Bước 1: Xác định tổng số nút chứa trong mạch điện; chọn một trong các nút hiện có làm nút chuẩn (điện thế tại nút chuẩn là 0V).

Bước 2: Tại mỗi nút không phải là nút chuẩn cần xây dựng phương trình điện thế nút. Khi viết phương trình nút, giả thiết tại nút khảo sát dòng điện đổ ra từ nút trên các nhánh. Với mạch điện có n nút cần xây dựng $(n-1)$ phương trình.

Bước 3: Giải hệ phương trình nhiều ẩn số để có được các nghiệm.

Ví dụ 2.2:

Cho mạch hình 2.4. Áp dụng phương trình điện thế nút xác định dòng điện qua điện trở 2Ω .

Giải:

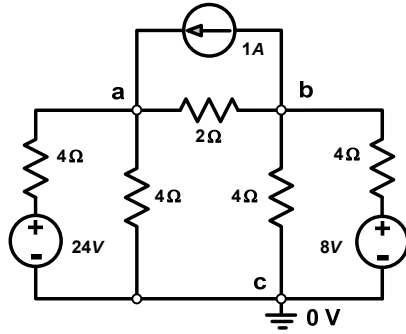
Bước 1: Mạch điện có 3 nút; chọn c làm nút chuẩn. Như vậy, chỉ cần thực hiện hai phương trình điện thế nút tại a và b. Gọi v_a ; v_b là điện thế tại các nút a và b so với nút chuẩn.

Bước 2: Viết các phương trình nút tại a và b.

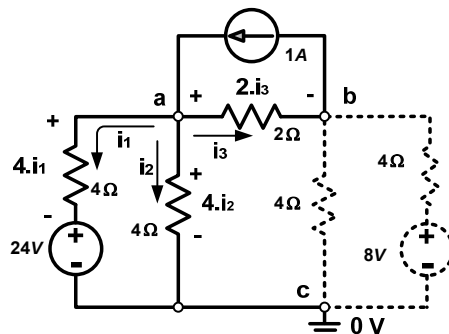
Phương trình điện thế nút tại a:

Trong hình 2.5, chỉ cần chú ý đến các dòng điện tại nút a. Giả sử các dòng i_1 ; i_2 và i_3 đang từ a đổ ra trên các nhánh; riêng nguồn dòng đang hướng về nút a.

Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút a, ta có: $i_1 + i_2 + i_3 = 1$.



HÌNH 2.4



HÌNH 2.5

Phương trình cân bằng áp trên từng nhánh hội tụ về nút a:

$$v_a - v_c = v_a - 0 = v_a = 4.i_1 + 24, \text{ suy ra: } i_1 = \frac{v_a - 24}{4}$$

$$v_a = 4.i_2, \text{ suy ra: } i_2 = \frac{v_a}{4}$$

$$v_a - v_b = 2.i_3, \text{ suy ra: } i_3 = \frac{v_a - v_b}{2}$$

Thay các dòng điện i_1 , i_2 , i_3 , có phương trình điện thế nút tại a được viết như sau:

$$\frac{v_a - 24}{4} + \frac{v_a}{4} + \frac{v_a - v_b}{2} = 1 \quad (2.12)$$

Rút gọn:
$$v_a - \frac{v_b}{2} = 7 \quad (2.13)$$

Phương trình điện thế nút tại b:

Trên hình 2.6 chỉ cần quan tâm đến các dòng điện tại nút b; giả sử các dòng điện i_4 ; i_5 ; i_6 và nguồn dòng đang từ b đổ ra trên các nhánh. Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút b, có quan hệ:

$$i_4 + i_5 + i_6 + 1 = 0$$

Phương trình cân bằng áp trên từng nhánh nối về nút b như sau:

$$v_b - v_c = v_b - 0 = v_b = 4.i_5 + 8$$

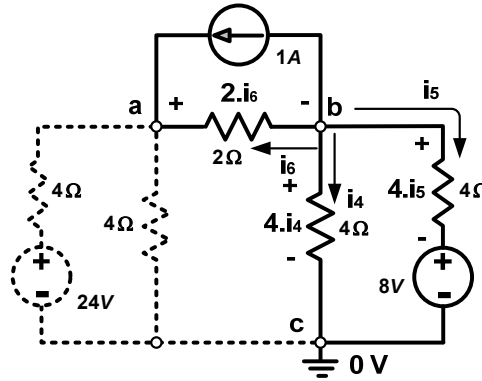
$$\text{Suy ra: } i_5 = \frac{v_b - 8}{4}$$

$$v_b = 4.i_4$$

$$\text{Suy ra: } i_4 = \frac{v_b}{4}$$

$$v_b - v_a = 2.i_6$$

$$\text{Suy ra: } i_6 = \frac{v_b - v_a}{2}$$



HÌNH 2.6

Từ các dòng điện i_4 , i_5 , i_6 , xác định được phương trình điện thế nút tại b:

$$\frac{v_b - 8}{4} + \frac{v_b}{4} + \frac{v_b - v_a}{2} + 1 = 0 \quad (2.14)$$

Rút gọn:
$$v_b - \frac{v_a}{2} = 1 \quad (2.15)$$

Từ (2.13) và (2.14) suy ra hệ phương trình dùng xác định điện thế tại các nút a và b:

$$\begin{cases} v_a + \left(\frac{-1}{2}\right).v_b = 7 \\ \left(\frac{-1}{2}\right).v_a + v_b = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, được: $v_a = 10 \text{ V}$

Suy ra:
$$v_b = 1 + \frac{v_a}{2} = 1 + \frac{10}{2} = 6 \text{ V}$$

Dòng điện qua điện trở 2Ω trên nhánh từ nút a đến nút b:

$$i = \frac{v_a - v_b}{2} = \frac{10 - 6}{2} = 2 \text{ A}$$

2.1.4. MẠCH ĐIỆN CÓ NHÁNH CHỈ CHỨA NGUỒN ÁP – SIÊU NÚT

Trong hình 2.7, tại mỗi nút a và b, ta có các điện thế v_a và v_b , khi so sánh điện áp giữa mỗi nút này với nút chuẩn. Trên nhánh từ nút a đến nút b chứa phần tử điện trở nối tiếp với nguồn áp độc lập.

Tùy thuộc vào hướng dòng điện xác định trên nhánh phương trình cân bằng áp giữa hai nút a và b được viết theo các dạng khác nhau và được trình bày như sau:

Hướng dòng điện từ a đến b:

✚ Lúc này giả sử điện thế tại a dương hơn b.

✚ Điện áp giữa 2 nút a đến b là: $(v_a - v_b)$.

✚ Phương trình cân bằng áp giữa hai nút a và b được viết:

$$(v_a - v_b) = R \cdot i + V_s$$

✚ Dòng điện i_{ab} (từ a đến b) xác định theo quan hệ:

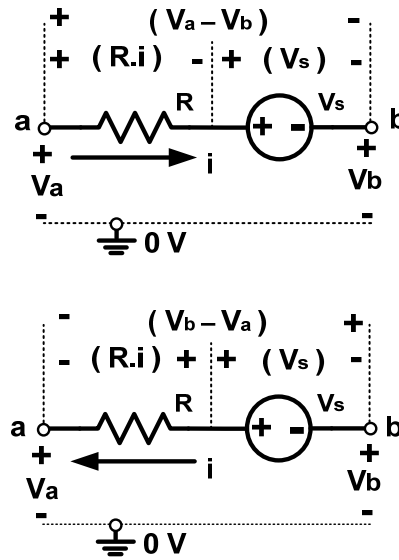
$$i_{ab} = \frac{(v_a - v_b) - V_s}{R} \quad (2.16)$$

Hướng dòng điện từ b đến a:

✚ Lúc này giả sử điện thế tại b dương hơn a.

✚ Điện áp giữa 2 nút b đến a là: $(v_b - v_a)$.

✚ Phương trình cân bằng áp giữa hai nút b và a được viết:



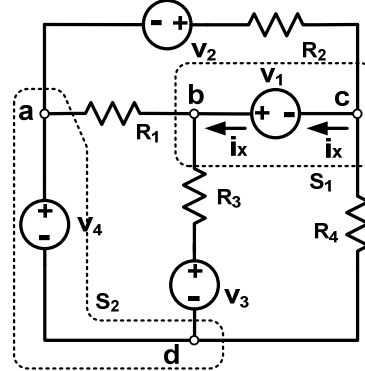
HÌNH 2.7

$$(v_b - v_a) = R \cdot i - V_s$$

✚ Dòng điện i_{ba} (từ b đến a) xác định theo quan hệ:

$$i_{ba} = \frac{(v_b - v_a) + V_s}{R} \quad (2.17)$$

Trong trường hợp giữa hai nút chỉ chứa duy nhất nguồn áp độc lập; chúng ta *không thể áp dụng các quan hệ (2.16) hay (2.17) để xác định dòng qua nhánh* khi xây dựng phương trình điện thế nút. Trong mạch điện hình 2.8; với nhánh bc chỉ chứa duy nhất nguồn áp độc lập v_1 , tương tự trên nhánh ad cũng chỉ chứa nguồn áp độc lập v_4 . Theo lý thuyết, chúng ta bao quanh các nguồn này lại bằng các mặt kín S_1 và S_2 , đồng thời theo định luật Kirchhoff 1 *tổng đại số dòng điện qua mặt kín phải bằng không*.



HÌNH 2.8

Các mặt kín S_1 ; S_2 được gọi là *siêu nút (super nodes)*.

- ✚ Trong mạch hình 2.8, chọn nút d làm nút chuẩn.
- ✚ Siêu nút S_1 chứa hai nút b và c (không phải là nút chuẩn).
- ✚ Siêu nút S_2 chứa nút a và nút chuẩn d.

Trong trường hợp này, khi thực hiện phương trình nút để giải mạch, ta cần *quan tâm đến các đặc tính của siêu nút* như sau:

✚ Tại các siêu nút không chứa nút chuẩn, có quan hệ sau (xét cho siêu nút S_1 trong hình 2.8):

$$v_b - v_c = v_1 \quad (2.18)$$

Trong đó; v_b : điện áp giữa nút b so với nút chuẩn d vừa chọn.

v_c : điện áp giữa nút c so với nút chuẩn d vừa chọn.

✚ Tại các siêu nút có chứa nút chuẩn, có quan hệ sau (xét cho siêu nút S_2 trong hình 2.8):

$$v_a - v_d = v_a - 0 = v_a = v_4 \quad (2.19)$$

Trong đó: v_a : điện áp giữa nút a so với nút chuẩn d vừa chọn.

v_d : điện áp nút chuẩn d bằng 0 V.

✚ Tại mỗi siêu nút (không chứa nút chuẩn) ta vẽ dòng điện vào và ra khỏi siêu nút; sử dụng dòng điện này để xây dựng phương trình nút tại các nút đang chứa trong siêu nút.

Với mạch điện trong hình 2.8, các phương trình nút được xây dựng như sau:

✚ Tại siêu nút S_1 , vẽ dòng điện i_x trên nhánh bc, hướng dòng điện i_x chọn tùy ý; vào tại b và ra khỏi nút c.

✚ Tại siêu nút S_2 , siêu nút có chứa nút chuẩn và nút a. Có quan hệ (2.17) và không cần vẽ dòng điện trên siêu nút này; và không cần xây dựng phương trình nút tại nút a.

✚ Với mạch điện trong hình 2.8 có 4 nút; số lượng phương trình nút cần xây dựng là 3; nhưng mạch chứa siêu nút S_2 , nên điện thế tại nút a đã biết. Như vậy tổng số phương trình điện thế nút chỉ cần xây dựng là 2 (tại nút b và nút c).

✚ Phương trình nút tại b:

$$\frac{v_b - v_a}{R_1} + \frac{v_b - v_3}{R_3} - i_x = 0 \quad (2.20)$$

Vì $v_a = v_4$ (tại siêu nút S_2) ta viết lại quan hệ (2.20) như sau:

$$\frac{v_b - v_4}{R_1} + \frac{v_b - v_3}{R_3} - i_x = 0 \quad (2.21)$$

✚ Phương trình nút tại c:

$$\frac{(v_c - v_a) - v_2}{R_2} + \frac{v_c}{R_4} + i_x = 0$$

$$\text{Hay: } \frac{(v_c - v_4) - v_2}{R_2} + \frac{v_c}{R_4} + i_x = 0 \quad (2.22)$$

Từ (2.20), (2.21) và (2.22), ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \frac{v_b - v_4}{R_1} + \frac{v_b - v_3}{R_3} - i_x = 0 \\ \frac{(v_c - v_4) - v_2}{R_2} + \frac{v_c}{R_4} + i_x = 0 \\ v_b - v_c = v_1 \end{cases}$$

Với các quan hệ (2.20) và (2.21) thực hiện phép khử ẩn số i_x bằng cách cộng vế theo vế; suy ra hệ thống hai phương trình với hai ẩn v_b và v_c như sau:

$$\begin{cases} \frac{v_b - v_4}{R_1} + \frac{v_b - v_3}{R_3} + \frac{(v_c - v_4) - v_2}{R_2} + \frac{v_c}{R_4} = 0 \\ v_b - v_c = v_1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên để có điện thế tại nút b và c. Tóm lại, với mạch điện chứa các siêu nút; tổng số phương trình điện thế nút cần xây dựng thỏa quan hệ:

Tổng số phương trình = (Số nút trong mạch) – [1 + (Tổng số siêu nút có chứa nút chuẩn)].

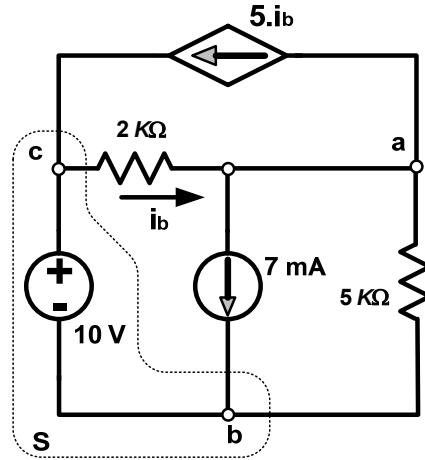
Ví dụ 2.3:

Cho mạch điện trong hình 2.9; áp dụng phương trình điện thế nút xác định điện áp trên điện trở $5K\Omega$.

Giải:

Trước tiên chúng ta quan sát mạch điện và rút ra nhận xét như sau:

✚ Mạch có 3 nút; chọn nút b làm nút chuẩn điện áp tại nút v_a chính là điện áp cần tìm (theo yêu cầu đầu bài).



HÌNH 2.9

✚ Mạch có siêu nút chứa nút chuẩn b, tại nút c ta có $v_c = 10V$.

✚ Tổng số phương trình cần xây dựng là: $3 - (1 + 1) = 1$.

Phương trình nút viết tại a:

$$\frac{v_a}{5} + \frac{v_a - 10}{2} + 7 + 5i_b = 0 \quad (2.23)$$

Vì mạch chứa nguồn dòng phụ thuộc ta cần xác định thêm một phương trình sau, ta có:

$$i_b = \frac{10 - v_a}{2} \quad (2.24)$$

Từ (2.23) và (2.24) thu gọn ta có:

$$\frac{v_a}{5} + \frac{v_a - 10}{2} + 7 + 5 \cdot \left(\frac{10 - v_a}{2} \right) = 0$$

Giải phương trình ta có kết quả sau:

$$v_a \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \right) - 5 + 7 + 25 = 0$$

Hay: $v_a \cdot \left(\frac{9}{5} \right) = 27$

Tóm lại: $v_a = 15V$

Ví dụ 2.4:

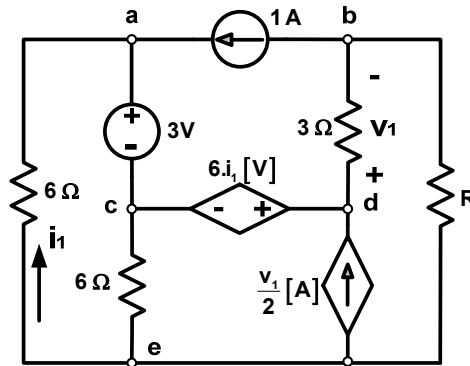
Cho mạch điện trong hình 2.10; xác định giá trị điện trở R để công suất tiêu thụ trên R đạt giá trị cực đại.

Giải:

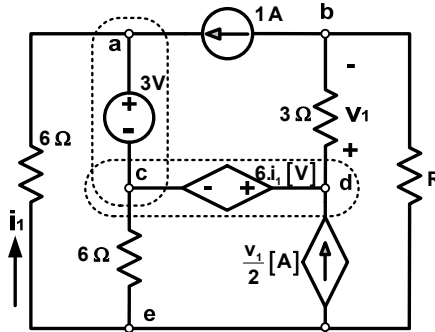
Trước tiên chúng ta quan sát mạch điện và rút ra các nhận xét sau:

- ✚ Mạch điện chứa 5 nút.
- ✚ Chọn nút e làm nút chuẩn.

✚ Mạch chứa 2 siêu nút: siêu nút S_1 chứa 2 nút ac và nguồn áp độc lập 3V; siêu nút S_2 chứa 2 nút cd và nguồn áp phụ thuộc dòng i_1 ; xem hình 2.11.



HÌNH 2.10



HÌNH 2.11

Ta có:

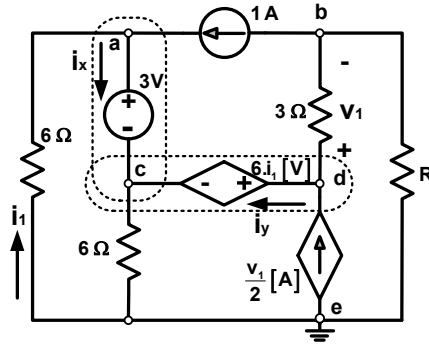
$$v_a - v_c = 3V \quad (2.25)$$

Và:

$$v_d - v_c = 6i_1 \quad (2.26)$$

Các siêu nút không chứa nút chuẩn.

✚ Mạch còn chứa thêm 2 nguồn dòng; một nguồn dòng độc lập 1A và một nguồn dòng phụ thuộc áp v_1 .



HÌNH 2.12

✚ Tổng số phương trình cần xây dựng trước tiên là 4 phương trình. Chọn dòng điện i_x và i_y qua các siêu nút để xây dựng các phương trình nút, xem hình 2.12.

✚ Các quan hệ khác tìm được theo các điều kiện của các nguồn phụ thuộc:

$$i_1 = \frac{-v_a}{6} \quad (2.27)$$

$$v_1 = v_d - v_b \quad (2.28)$$

Từ quan hệ (2.26) và (2.27) chúng ta có kết quả sau:

$$v_a - v_c + v_d = 0 \quad (2.29)$$

Từ quan hệ (2.25) và (2.29) chúng ta có kết quả sau:

$$v_d = -3V \quad (2.30)$$

Tóm lại, chúng ta chỉ cần viết 3 phương trình nút tại a, b và c:

Phương trình nút tại a:

$$\frac{v_a}{6} + i_x = 1 \quad (2.31)$$

Phương trình nút tại b:

$$\frac{v_b - v_d}{3} + \frac{v_b}{R} + 1 = 0$$

$$\text{Hay: } v_b \cdot \left(1 + \frac{3}{R}\right) - v_d = -3 \quad (2.32)$$

Phương trình nút tại c:

$$\frac{v_c}{6} - i_x - i_y = 0 \quad (2.33)$$

✚ Thu gọn hệ thống phương trình vừa xây dựng, phối hợp (2.30), (2.32) chúng ta có quan hệ sau:

$$v_b \cdot \left(1 + \frac{3}{R}\right) - (-3) = -3$$

Suy ra:
$$v_b = \frac{-6}{\left(1 + \frac{3}{R}\right)} = \frac{-6R}{R+3} \quad (2.34)$$

🌈 Công suất tiêu thụ trên điện trở R xác định theo quan hệ:

$$P = \frac{v_b^2}{R} = \frac{36R}{(R+3)^2} \quad (2.35)$$

🌈 P là hàm theo biến số R (ứng với mọi giá trị $R \geq 0$); đạo hàm của P theo R được xác định như sau:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{36(3-R)}{(R+3)^2}$$

Ta có bảng xét dấu cho đạo hàm như sau:

R	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
$\frac{dP}{dR}$	-	+	+	0	-
P			0	$P_{\max}$	0^+

Tóm lại, công suất P đạt cực đại khi $R = 3\Omega$; lúc đó công suất tiêu thụ trên điện trở R có giá trị là:

$$P = \frac{v_b^2}{R} = \frac{36R}{(R+3)^2} = \frac{36 \cdot 3}{(3+3)^2} = 3 \text{ W}$$

Chú ý: Với mạch điện cho trong ví dụ 2.4, nếu muốn giải tiếp để xác định điện thế tại các nút khác, tại lúc này ta có các quan hệ sau:

$$v_b = \frac{-6R}{R+3} \quad \text{và} \quad v_d = -3V$$

$$\begin{cases} \frac{v_a}{6} + i_x = 1 \\ \frac{v_c}{6} - i_x - i_y = 0 \end{cases}$$

Với hai phương trình còn lại; ta có 4 ẩn số, như vậy cần tìm thêm 2 phương trình khác có chứa các ẩn số trên. Ta chọn lại quan hệ (2.25) và tìm quan hệ có chứa ẩn số i_y từ mạch điện.

Phương trình nút tại d:

$$\frac{v_d - v_b}{3} + i_y = \frac{v_1}{2} = \frac{v_d - v_b}{2}$$

Suy ra:

$$i_y = (v_d - v_b) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{(v_d - v_b)}{6} \quad (2.36)$$

Tóm lại, ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{v_a}{6} + i_x = 1 \end{array} \right. \quad (2.31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{v_c}{6} - i_x - i_y = 0 \end{array} \right. \quad (2.33)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_y = \frac{(v_d - v_b)}{6} \end{array} \right. \quad (2.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_a - v_c = 3 \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Từ (2.31), (2.33) ta có:

$$v_a + v_c = 6 \cdot (1 + i_y) \quad (2.37)$$

Từ (2.25) và (2.37) suy ra:

$$2v_a = 6 \cdot (1 + i_y) + 3$$

$$\text{Hay: } v_a = 3i_y + \frac{9}{2} \quad (2.38)$$

$$\text{Vì: } i_y = \frac{(v_d - v_b)}{6} = \frac{-R}{R+3} + \frac{1}{2} = \frac{3-R}{2(R+3)} \quad (2.39)$$

$$\text{Ta có: } v_a = 3 \left[\frac{3-R}{2(R+3)} \right] + \frac{9}{2} = \frac{3(R+6)}{(R+3)}$$

Tóm lại:

$$v_a = \frac{3(R+6)}{(R+3)} \quad (2.40)$$

Suy ra điện thế tại nút c được xác định từ (2.40) và (2.25)

$$v_c = v_a - 3 = \frac{3(R+6)}{(R+3)} - 3 = 3 \cdot \left[\frac{R+6}{R+3} - 1 \right] = \left(\frac{9}{R+3} \right)$$

Như vậy:

$$v_c = \left(\frac{9}{R+3} \right) \quad (2.41)$$

2.2. PHƯƠNG TRÌNH DÒNG MÁT LƯỚI – PHƯƠNG TRÌNH DÒNG VÒNG

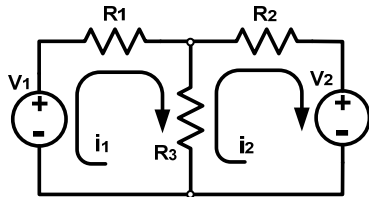
Trong nội dung sau đây chúng ta chỉ xét các mạch phẳng, đó là những mạch có thể vẽ trên một mặt phẳng mà không có bất cứ phần tử hoặc dây nối nào cắt nhau. Mạch điện sẽ chia mặt phẳng thành nhiều miền phân biệt như các ô cửa sổ. Biên giới của các ô cửa sổ này được gọi là mắt lưới.

Phương pháp dòng mắt lưới là phương pháp giải mạch áp dụng định luật Kirchhoff 2 xây dựng phương trình cân bằng áp dọc theo mắt lưới. Phương thức xây dựng phương pháp dòng mắt lưới tuân từ các mạch đơn giản đến phức tạp dần.

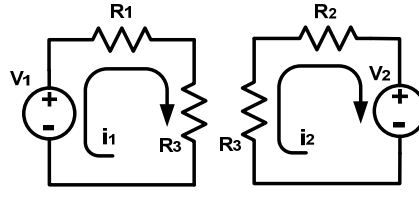
2.2.1. MẠCH CÓ HAI MẮT LƯỚI CHỨA NGUỒN ÁP VÀ ĐIỆN TRỞ

Xét mạch điện trong hình 2.13, ta cần chú ý các điểm sau khi viết phương trình dòng mắt lưới:

Trong mỗi mắt lưới, ta tự chọn tùy ý dòng điện và hướng dòng điện tùy ý trên mỗi mắt lưới.



HÌNH 2.13



HÌNH 2.14

Chú ý phần tử trên nhánh biên của hai mắt lưới. Chúng ta xem như phần tử này chịu ảnh hưởng của các dòng điện trong mỗi mắt lưới. Một cách khác có thể tách mạch hai mắt lưới thành hai mắt lưới đơn theo hình 2.14.

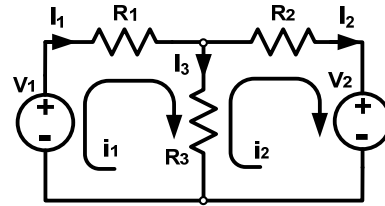
Gọi i_1 và i_2 là dòng qua mỗi mắt lưới. Khi tách mạch thành hai mắt lưới độc lập, dòng điện i_1 qua tất cả các phần tử trong mắt lưới 1 và dòng điện i_2 qua bất cứ phần tử trong mắt lưới 2. Khi kết hợp lại hai mắt lưới thành mạch ban đầu, dòng điện qua phần tử R_3 (phần tử chung của hai mắt lưới) gồm hai thành phần đi qua là i_1 và i_2 . Do chiều của i_1 và i_2 ngược nhau nên dòng điện qua R_3 là hiệu của hai thành phần ($i_1 - i_2$) hoặc ($i_2 - i_1$).

Khảo sát hay giải mạch dùng phương pháp dòng mắt lưới là xây dựng hệ phương trình để xác định các dòng mắt lưới i_1 và i_2 .

Trong một số tài liệu, còn có khái niệm dòng nhánh khi thực hiện giải mạch theo phương pháp dòng mắt lưới, xem hình 2.15.

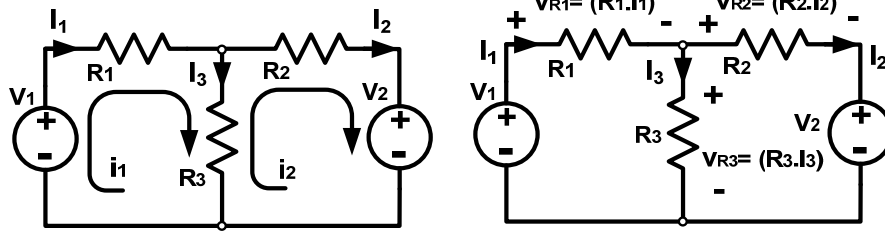
Dòng i_1 ; i_2 và i_3 là các dòng điện qua từng nhánh trong mạch điện được gọi là dòng nhánh; các giá trị này quan hệ với dòng mắt lưới theo quan hệ sau (phụ thuộc hướng chọn cho dòng mắt lưới và dòng nhánh):

$$i_1 = i_1; \quad i_2 = i_2; \quad i_3 = i_1 - i_2$$



HÌNH 2.15

Trình tự xây dựng phương trình dòng mắt lưới



HÌNH 2.16

Khi xây dựng hệ phương trình dòng mắt lưới ta cần tiến hành theo các bước như sau:

Bước 1: Xác định tổng số mắt lưới chứa trong mạch. Chọn dòng mắt lưới cho mỗi mắt lưới, hướng dòng điện qua từng mắt lưới tùy ý.

Tổng số phương trình dòng mắt lưới cần xây dựng = Tổng số mắt lưới.

Bước 2: Xác định dòng nhánh theo dòng mắt lưới. Suy ra điện áp trên mỗi phần tử điện trở tùy theo dòng nhánh đã chọn, cần chú ý dấu + và dấu - của điện áp.

Bước 3: Xây dựng phương trình cân bằng áp (theo định luật Kirchhoff 2) cho từng mắt lưới.

Bước 4: Giải hệ phương trình tuyến tính để tìm các dòng mắt lưới.

Với mạch điện trong hình 2.13 khi xây dựng các phương trình dòng mắt lưới cần chú ý các điện áp trên từng phần tử trong mạch điện, xem hình 2.16.

Điện áp trên các điện trở:

$$v_{R1} = R_1 \cdot i_1 = R_1 \cdot i_1$$

$$v_{R2} = R_2 \cdot i_2 = R_2 \cdot i_2$$

$$v_{R3} = R_3 \cdot i_3 = R_3 \cdot (i_1 - i_2)$$

 Phương trình cân bằng áp (viết theo định luật Kirchhoff 2) cho mắt lưới 1:

$$v_1 = v_{R1} + v_{R3}$$

$$\text{Hay: } R_1 \cdot i_1 + R_3 \cdot (i_1 - i_2) = v_1 \quad (2.38)$$

 Phương trình cân bằng áp (viết theo định luật Kirchhoff 2) cho mắt lưới 2:

$$v_{R3} = v_{R2} + v_2$$

$$\text{Hay: } R_3 \cdot (i_1 - i_2) = R_2 \cdot i_2 + v_2$$

$$\text{Suy ra: } -R_3 \cdot i_1 + (R_2 + R_3) \cdot i_2 = -v_2 \quad (2.39)$$

Từ các quan hệ (2.38) và (2.39) suy ra hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} (R_1 + R_3) \cdot i_1 - R_3 \cdot i_2 = v_1 \\ -R_3 \cdot i_1 + (R_2 + R_3) \cdot i_2 = -v_2 \end{cases}$$

Hệ phương trình trên được viết lại theo dạng chính tắc như sau:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot i_1 - R_{12} \cdot i_2 = v_{s1} & (2.40) \\ -R_{21} \cdot i_1 + R_{22} \cdot i_2 = v_{s2} & (2.41) \end{cases}$$

Trong đó:

 $R_{11} = R_1 + R_3$ là hệ số của i_1 trong (2.40): tổng các điện trở trong mắt lưới 1.

 $R_{22} = R_2 + R_3$ là hệ số của i_2 trong (2.41): tổng các điện trở trong mắt lưới 2.

$R_{12} = R_{21} = R_3$ là hệ số của $(-i_1)$ trong (2.40) và hệ số của $(-i_2)$ trong (2.41); tổng tất cả các điện trở chung (phần tử biên) của mắt lưới 1 và mắt lưới 2.

$v_{s1} = v_1$: là tổng điện áp trong mắt lưới 1 theo hướng i_1 ; do các nguồn áp tạo ra.

$v_{s2} = -v_2$: là tổng điện áp trong mắt lưới 2 theo hướng i_2 ; do các nguồn áp tạo ra.

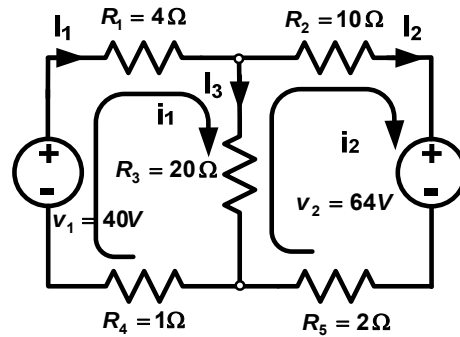
Ví dụ 2.5:

Cho mạch điện theo hình 2.17; áp dụng phương trình dòng mắt lưới tính công suất tiêu thụ trên điện trở $20\ \Omega$. Tính lại bài toán khi hoán vị hai đầu nguồn áp V_2 .

Giải:

Chọn các dòng mắt lưới i_1 và i_2 như trong hình vẽ. Áp dụng phương pháp viết phương trình dòng mắt lưới như vừa trình bày theo các quan hệ (2.40) và (2.41); ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot i_1 - R_{12} \cdot i_2 = v_{s1} \\ -R_{21} \cdot i_1 + R_{22} \cdot i_2 = v_{s2} \end{cases}$$



HÌNH 2.17

Trong đó:

R_{11} : tổng các điện trở trong mắt lưới 1 (có dòng mắt lưới i_1 đi qua).

$$R_{11} = R_1 + R_3 + R_4 = 4 + 20 + 1 = 25\ \Omega$$

Và R_{22} : tổng các điện trở trong mắt lưới 2 (có dòng mắt lưới i_2 đi qua).

$$R_{22} = R_2 + R_3 + R_5 = 10 + 20 + 2 = 32\ \Omega$$

$$R_{12} = R_{21}: \text{hệ số của } (-i_1) \text{ và } (-i_2)$$

$$R_{12} = R_{21} = R_3 = 20\ \Omega$$

Điện áp v_{s1} là tổng điện áp trong lưới 1 do các nguồn áp tạo ra; $v_{s1} = v_1 = 40V$ (theo chiều dòng điện i_1 qua nguồn v_1 thì nguồn v_1 đang phát năng lượng).

Điện áp v_{s2} là tổng điện áp trong lưới 2 do các nguồn áp tạo ra; $v_{s2} = -v_2 = -64V$ (theo chiều dòng điện i_2 qua nguồn V_2 thì nguồn v_2 đang thu năng lượng).

Tóm lại:

$$\begin{cases} 25.i_1 - 20.i_2 = 40 \\ -20.i_1 + 32.i_2 = -64 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được kết quả: $i_1 = 0A$ và $i_2 = -2A$

Suy ra dòng nhánh qua điện trở $R_3 = 20\Omega$ là:

$$I_3 = i_1 - i_2 = 0 - (-2) = 2A$$

Hướng dòng điện qua điện trở R_3 đúng theo hướng dòng nhánh I_3 đang vẽ trong mạch điện. Công suất tiêu thụ trên điện trở R_3 là:

$$P = R_3.I_3^2 = 20.2^2 = 800W$$

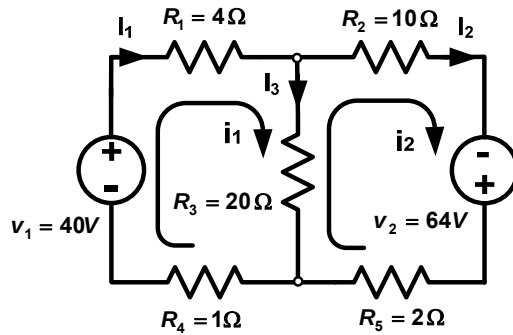
Ví dụ 2.6:

Làm lại bài toán trong ví dụ 2.5 khi hoán vị 2 đầu của nguồn áp v_2 .

Giải:

Khi hoán vị hai đầu nguồn v_2 ; mạch điện có dạng như trong hình 2.18. Áp dụng phương pháp xây dựng phương trình dòng mắt lưới vừa trình bày ở trên, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 25.i_1 - 20.i_2 = 40 \\ -20.i_1 + 32.i_2 = 64 \end{cases}$$



HÌNH 2.18

Giải hệ phương trình có kết quả: $i_1 = 6,4A$ và $i_2 = 6A$

Suy ra dòng nhánh qua điện trở $R_3 = 20\Omega$ là:

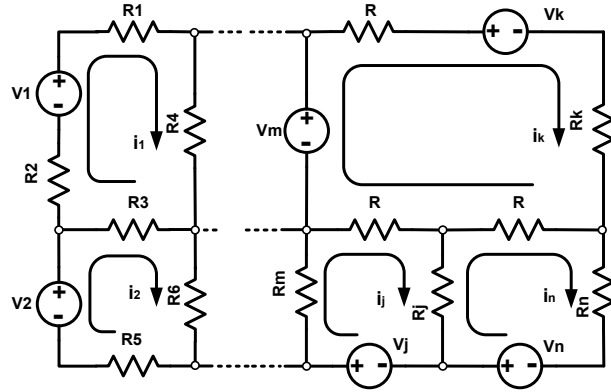
$$I_3 = i_1 - i_2 = 6,4 - 6 = 0,4A$$

Hướng dòng điện qua điện trở R_3 đúng theo hướng dòng nhánh I_3 đang vẽ trong mạch điện. Công suất tiêu thụ trên điện trở R_3 là:

$$P = R_3.I_3^2 = 20.(0,4)^2 = 3,2W$$

2.2.2. MẠCH n MẮT LƯỚI CHỨA NGUỒN ÁP VÀ ĐIỆN TRỞ

Xét trường hợp tổng quát mạch điện chứa n mắt lưới, xem hình 2.19. Trong các mắt lưới chỉ chứa nguồn áp và điện trở, khi giải mạch muốn xây dựng hệ phương trình dòng mắt lưới, ta cần tiến hành tuần tự theo các bước sau:



HÌNH 2.19

Bước 1: Xác định số mắt lưới và đánh số tự các mắt lưới từ 1 đến n.

Bước 2: Gọi: $i_1; i_2; i_3; i_4; \dots i_n$ là các dòng điện mắt lưới chạy dọc theo các mắt lưới 1, 2, 3, ... n. Các dòng điện này được chọn cùng hướng là chiều kim đồng hồ. Qui ước mắt lưới thứ k có dòng mắt lưới là i_k .

Bước 3: Viết hệ phương trình tuyến tính có n ẩn số: $i_1; i_2; i_3 \dots i_n$ theo dạng chính tắc.

$$\begin{cases} R_{11} \cdot i_1 - R_{12} \cdot i_2 - R_{13} \cdot i_3 - \dots - R_{1n} \cdot i_n = v_{s1} \\ -R_{21} \cdot i_1 + R_{22} \cdot i_2 - R_{23} \cdot i_3 - \dots - R_{2n} \cdot i_n = v_{s2} \\ -R_{31} \cdot i_1 - R_{32} \cdot i_2 + R_{33} \cdot i_3 - \dots - R_{3n} \cdot i_n = v_{s3} \\ \dots \\ -R_{n1} \cdot i_1 - R_{n2} \cdot i_2 - R_{n3} \cdot i_3 - \dots + R_{nn} \cdot i_n = v_{sn} \end{cases} \quad (2.42)$$

Trong đó:

- ✚ R_{kk} : tổng điện trở trong lưới thứ k (hệ số của dòng điện mắt lưới i_k).
- ✚ R_{kj} : tổng điện trở chung của mắt lưới k và mắt lưới j (là hệ số của dòng điện $-i_j$).
- ✚ $R_{jk} = R_{kj}$: tổng điện trở chung của mắt lưới j và mắt lưới k (là hệ số của dòng điện $-i_k$).
- ✚ v_{sk} : tổng đại số của các điện áp trong mắt lưới k theo hướng của i_k .

Các giá trị k là số nguyên dương từ 1 đến n ($k = 1, 2, 3 \dots n$).

Bước 4: Giải hệ phương trình (2.42) tìm các ẩn số dòng điện trong các mắt lưới.

Bước 5: Từ các giá trị dòng mắt lưới, ta suy ra dòng nhánh và các thông số khác của mạch điện theo yêu cầu bài toán.

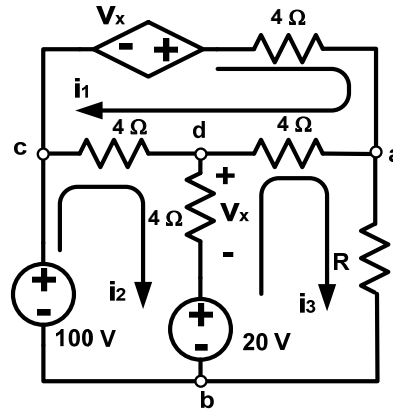
Ví dụ 2.7:

Cho mạch điện như hình 2.20; áp dụng phương trình dòng mắt lưới xác định công suất tiêu thụ trên điện trở R . Suy ra giá trị R để công suất đạt giá trị cực đại.

Giải:

Bước 1 và bước 2: Mạch điện trong hình 2.20 có 3 mắt lưới; số thứ tự các mắt lưới đánh số theo dòng mắt lưới. Các dòng mắt lưới i_1 , i_2 và i_3 vẽ cùng hướng theo chiều kim đồng hồ.

Bước 3: Xác định các hệ số của hệ thống phương trình. Bài toán có 3 ẩn số chúng ta có tất cả 9 hệ số sau đây:



HÌNH 2.20

✚ R_{11} : tổng điện trở trong mắt lưới 1

$$R_{11} = 4 + 4 + 4 = 12\Omega$$

✚ R_{22} : tổng điện trở trong mắt lưới 2

$$R_{22} = 4 + 4 = 8\Omega$$

✚ R_{33} : tổng điện trở trong mắt lưới 3

$$R_{33} = 4 + 4 + R = (8 + R)\Omega$$

✚ R_{12} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 1 và mắt lưới 2

R_{21} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 2 và mắt lưới 1

$$R_{21} = R_{12} = 4\Omega$$

✚ R_{13} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 1 và mắt lưới 3

R_{31} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 3 và mắt lưới 1

$$R_{31} = R_{13} = 4\Omega$$

✚ R_{23} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 2 và mắt lưới 3

✚ R_{32} : tổng điện trở tại nhánh biên của mắt lưới 3 và mắt lưới 2

$$R_{32} = R_{23} = 4\Omega$$

✚ v_{s1} : tổng điện áp của các nguồn trong mắt lưới 1, xét theo hướng dòng điện mắt lưới i_1 :

$$v_{s1} = +V_x$$

(vì nguồn phụ thuộc V_x đang ở trạng thái phát năng lượng khi xét theo hướng dòng mắt lưới i_1)

✚ v_{s2} : tổng điện áp của các nguồn trong mắt lưới 2, xét theo hướng dòng điện mắt lưới i_2 :

$$v_{s2} = +100\text{ V} - 20\text{ V} = +80\text{ V}$$

(vì nguồn phụ thuộc 100V đang ở trạng thái phát năng lượng khi xét theo hướng dòng mắt lưới i_2)

✚ v_{s3} : tổng điện áp của các nguồn trong mắt lưới 3, xét theo hướng dòng điện mắt lưới i_3 là: $v_{s3} = +20\text{ V}$

(vì nguồn phụ thuộc 20V đang ở trạng thái phát năng lượng khi xét theo hướng dòng mắt lưới i_3)

Hệ thống phương trình chính tắc của mạch điện có dạng sau:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot i_1 - R_{12} \cdot i_2 - R_{13} \cdot i_3 = v_{s1} \\ -R_{21} \cdot i_1 + R_{22} \cdot i_2 - R_{23} \cdot i_3 = v_{s2} \\ -R_{31} \cdot i_1 - R_{32} \cdot i_2 + R_{33} \cdot i_3 = v_{s3} \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 12 \cdot i_1 - 4 \cdot i_2 - 4 \cdot i_3 = V_x \\ -4 \cdot i_1 + 8 \cdot i_2 - 4 \cdot i_3 = 80 \\ -4 \cdot i_1 - 4 \cdot i_2 + (8 + R) \cdot i_3 = 20 \end{cases} \quad (2.44)$$

Với mạch điện đang có nguồn áp phụ thuộc có giá trị V_x chính là điện áp trên phần tử 4Ω trên nhánh biên của mắt lưới 2 và 3. Theo dấu của điện áp V_x đã cho ta có :

$$V_x = 4 \cdot (i_2 - i_3) \quad (2.45)$$

Thế giá trị (2.45) vào (2.44) ta có hệ thống phương trình sau:

$$\begin{cases} 12.i_1 - 4.i_2 - 4.i_3 = 4.(i_2 - i_3) \\ -4.i_1 + 8.i_2 - 4.i_3 = 80 \\ -4.i_1 - 4.i_2 + (8 + R).i_3 = 20 \end{cases}$$

Tóm lại:

$$\begin{cases} 12.i_1 - 8.i_2 = 0 \\ -4.i_1 + 8.i_2 - 4.i_3 = 80 \\ -4.i_1 - 4.i_2 + (8 + R).i_3 = 20 \end{cases}$$

Đơn giản hệ thống phương trình trên chúng ta có kết quả sau:

$$\begin{cases} 3.i_1 - 2.i_2 = 0 \\ -i_1 + 2.i_2 - i_3 = 20 \\ -4.i_1 - 4.i_2 + (8 + R).i_3 = 20 \end{cases} \quad (2.46)$$

Muốn xác định công suất tiêu thụ trên điện trở R, chúng ta chỉ cần xác định dòng nhánh qua R. Từ mạch điện đã cho dòng nhánh qua R chính là dòng mắt lưới i_3 . Ta có:

$$i_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 20 \\ -4 & -4 & 20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & -4 & (8 + R) \end{vmatrix}} = \frac{A}{B}$$

Trong đó:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 20 \\ -4 & -4 & 20 \end{vmatrix} = 480 \quad B = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ -4 & -4 & (8 + R) \end{vmatrix} = 4.(R + 3)$$

$$\text{Tóm lại: } i_3 = \frac{A}{B} = \frac{480}{4.(R + 3)} = \frac{120}{R + 3}$$

Công suất cung cấp trên điện trở R là :

$$P = R.i_3^2 = R.\left(\frac{120}{R + 3}\right)^2 = \frac{120^2.R}{(R + 3)^2}$$

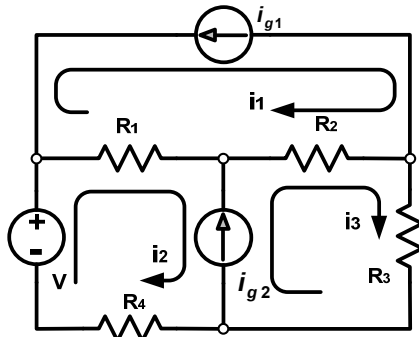
2.2.3. PHƯƠNG TRÌNH DÒNG MẮT LƯỚI CHỨA NGUỒN DÒNG – SIÊU MẮT LƯỚI

Khi mạch điện có chứa nguồn dòng, số phương trình dòng mắt lưới cần xây dựng sẽ giảm theo số lượng nguồn dòng đang có trong mạch. Trong trường hợp này, dòng mắt lưới có quan hệ với các nguồn dòng trên các nhánh.

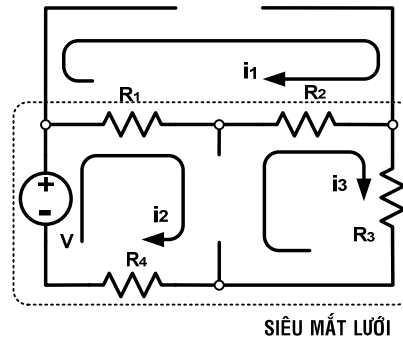
Trong hình 2.21 mạch điện có ba mắt lưới, với cách chọn dòng mắt lưới trong hình vẽ, ta có các quan hệ sau:

$$i_1 = -i_{g1} \quad (2.47)$$

$$i_3 - i_2 = i_{g2} \quad (2.48)$$



HÌNH 2.21



HÌNH 2.22

Với các quan hệ (2.47) và (2.48) được hai phương trình chứa 3 ẩn số dòng mắt lưới, chỉ cần xác định thêm phương trình thứ ba để giải được hệ phương trình tìm ra các nghiệm số.

Bây giờ, ta xét thêm một khái niệm về siêu mắt lưới. Tưởng tượng các nguồn dòng trong mạch khảo sát được hủy, $i = 0$ (mạch điện hở tại các vị trí nguồn dòng); mạch điện trong hình 2.21 được vẽ lại trong hình 2.22. Bây giờ mạch điện chỉ tương ứng với vòng (V, R₁, R₂, R₃, R₄).

Trong trường hợp này vòng hiện có được gọi là siêu mắt lưới.

Áp dụng định luật Kirchhoff 2 viết phương trình cân bằng áp trong siêu mắt lưới, được phương trình thứ ba chứa các ẩn số dòng mắt lưới.

Chú ý: Muốn viết phương trình cân bằng áp trên siêu mắt lưới, mặc dù tưởng tượng các nguồn dòng được hủy; nhưng vẫn phải duy trì dòng mắt lưới đã chọn khi xây dựng phương trình.

$$\text{Ta có: } V = R_1 \cdot (i_2 - i_1) + R_2 \cdot (i_3 - i_1) + R_3 \cdot i_3 + R_4 \cdot i_2$$

Hay: $-(R_1 + R_2) \cdot i_1 + (R_1 + R_4) \cdot i_2 + (R_2 + R_3) \cdot i_3 = V$

Tóm lại, ta có hệ phương trình dùng giải mạch như sau:

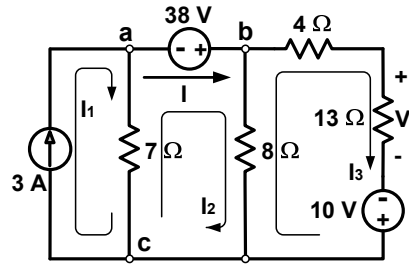
$$\begin{cases} -(R_1 + R_2) \cdot i_1 + (R_1 + R_4) \cdot i_2 + (R_2 + R_3) \cdot i_3 = V \\ i_1 = -i_{g1} \\ i_3 - i_2 = i_{g2} \end{cases}$$

Ví dụ 2.8:

Cho mạch điện hình 2.23, áp dụng phương trình dòng mắt lưới tính dòng I và điện áp V .

Giải:

Đầu tiên chọn dòng qua các mắt lưới cùng chiều kim đồng hồ, xem hình 2.23.



HÌNH 2.23

Dòng mắt lưới i_1 có giá trị bằng nguồn dòng 3A. Như vậy, chỉ cần viết các phương trình dòng mắt lưới cho các lưới chứa dòng i_2 và i_3 , ta có các quan hệ sau:

$$\begin{cases} -(7) \cdot i_1 + (7 + 8) \cdot i_2 - (8) \cdot i_3 = 38 \\ -(0) \cdot i_1 - (8) \cdot i_2 + (8 + 4 + 13) \cdot i_3 = 10 \end{cases}$$

Thay giá trị $i_1 = 3$ A vào các quan hệ trên và rút gọn để có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 15 \cdot i_2 - 8 \cdot i_3 = 59 \\ -8 \cdot i_2 + 25 \cdot i_3 = 10 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được các kết quả sau: $i_2 = 5$ A và $i_3 = 2$ A.

Dòng điện I cần tìm chính là dòng mắt lưới i_2 , suy ra: $I = 5$ A

Áp V cần tìm được xác định theo quan hệ sau:

$$V = 13 \cdot i_3 = 13 \cdot 2 = 26 \text{ V}$$

Ví dụ 2.9:

Cho mạch điện trong hình 2.24; áp dụng phương trình dòng mắt lưới xác định công suất tiêu thụ trên điện trở R . Suy ra giá trị R để công suất đạt giá trị cực đại.

Giải:

Trước tiên, quan sát mạch điện và rút ra các nhận xét sau:

✚ Mạch điện có 4 mắt lưới.

✚ Trong mạch chứa 2 nguồn dòng trong đó có một nguồn dòng độc lập và một nguồn phụ thuộc. Trong quá trình tưởng tượng hủy nguồn dòng, chỉ hủy được các nguồn dòng độc lập.

✚ Chọn các dòng mắt lưới trình bày trong hình 2.25, ta có các quan hệ đầu tiên như sau:

$$i_2 = -1 \quad (2.49)$$

$$i_4 - i_3 = \frac{V_1}{2} = \frac{3 \cdot (i_4 - i_2)}{2}$$

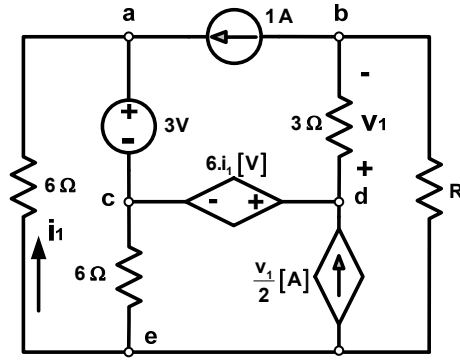
$$5i_4 - 2i_3 = 3 \quad (2.50)$$

✚ Chúng ta chỉ cần xây dựng hai phương trình dòng mắt lưới khác từ hai mắt lưới trong mạch. Từ mắt lưới thứ 1, ta có:

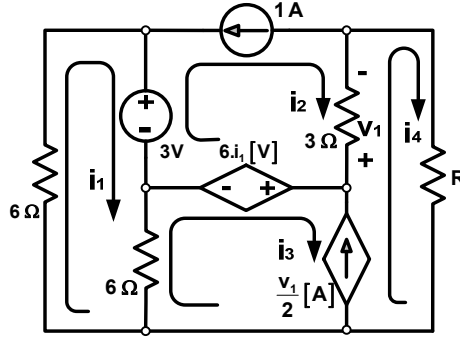
$$6 \cdot (i_1 - i_3) + 6i_1 = 3$$

Thu gọn ta có:

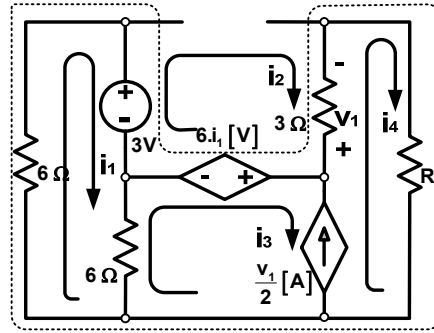
$$4i_1 - 2i_3 = 1 \quad (2.51)$$



HÌNH 2.24



HÌNH 2.25



HÌNH 2.26

Phương trình cuối cùng được xác định từ siêu mắt lưới chứa R, xem hình 2.26.

$$\text{Hay: } \begin{cases} 6i_1 + 3 - 6i_1 + 3(i_4 - i_2) + R \cdot i_4 = 0 \\ (R + 3) \cdot i_4 = 3i_2 - 3 \end{cases} \quad (2.52)$$

Tóm lại, hệ phương trình chứa các ẩn số dòng mắt lưới như sau:

$$\begin{cases} i_2 = -1 \\ 5i_4 - 2i_3 = 3 \\ 4i_1 - 2i_3 = 1 \\ (R + 3)i_4 = 3i_2 - 3 \end{cases}$$

Hay:
$$\begin{cases} 5i_4 - 2i_3 = 3 \\ 4i_1 - 2i_3 = 1 \\ (R + 3)i_4 = -6 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.53) \\ (2.54) \\ (2.55) \end{matrix}$$

Từ quan hệ (2.55) suy ra dòng i_4 là: $i_4 = \frac{-6}{(R + 3)}$

Công suất tiêu thụ trên R là:

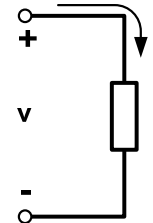
$$P = R \cdot i_4^2 = \frac{36R}{(R + 3)^2}$$

2.3. MẠCH TƯƠNG ĐƯƠNG THÉVENIN VÀ NORTON

2.3.1. MẠCH CON TƯƠNG ĐƯƠNG – MẠCH 1 CỬA

✚ Khi phân tích mạch điện, phương pháp đơn giản nhất là thu gọn hay đơn giản mạch. Đây là phương pháp thay thế một phần của mạch thành mạch con đơn giản hơn, ít phần tử hơn nhưng không làm thay đổi bất cứ dòng và áp trong phần mạch còn lại.

✚ Mạch con có thể gồm một hoặc nhiều phần tử nối với nhau. Nếu mạch con chỉ có hai đầu được gọi là mạch một cửa, được ký hiệu như hình 2.27.



HÌNH 2.27

Trong đó, gọi v là áp đầu ra và i là dòng đầu ra. Phần mạch ký hiệu bằng hình chữ nhật có thể chứa một hay nhiều phần tử.

Quan hệ giữa các đại lượng trên đầu ra: v , i được gọi là đặc tuyến $v - i$ hay đặc tuyến volt-ampère ($v = f(i)$) của mạch một cửa.

✚ Hai mạch một cửa được gọi là tương đương khi chúng có cùng luật đầu ra.

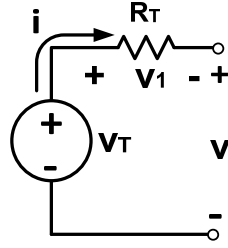
✚ Trong quá trình phân tích mạch, ta có thể thay thế mạch một cửa bằng một mạch một cửa tương đương mà không làm thay đổi bất kỳ dòng, áp nào bên ngoài mạch một cửa.

2.3.2. MẠCH TƯƠNG ĐƯƠNG THÉVENIN VÀ NORTON

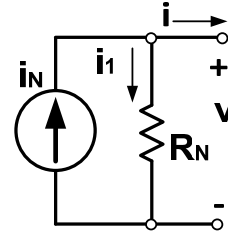
Định nghĩa:

Mạch Thévenin là mạch gồm một nguồn áp v_T ghép nối tiếp với một điện trở R_T , xem hình 2.28.

Mạch Norton gồm nguồn dòng i_N ghép song song với điện trở R_N , xem hình 2.29.



HÌNH 2.28



HÌNH 2.29

Luật đầu ra của mạch Thévenin:

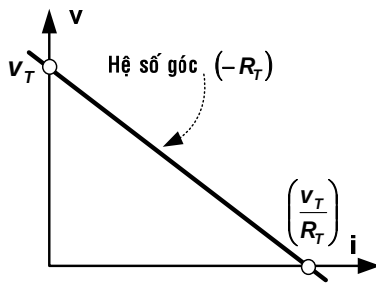
Từ mạch điện hình 2.28, áp dụng định luật Kirchhoff 2 để viết phương trình điện áp, ta có:

$$v_T - v_1 - v = 0$$

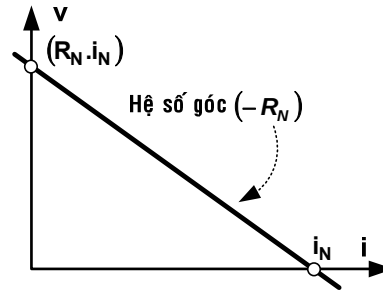
Hay: $v = -v_1 + v_T$

Tóm lại: $v = -R_T \cdot i + v_T$ (2.56)

Quan hệ (2.56) xác định luật đầu ra cho mạch Thévenin. Đồ thị mô tả quan hệ v theo i có dạng đường thẳng, hệ số góc âm ($-R_T$); xem hình 2.30.



HÌNH 2.30



HÌNH 2.31

Luật đầu ra của mạch Norton:

Từ mạch điện hình 2.29, áp dụng định luật Kirchhoff 1 để viết phương trình dòng điện, ta có:

$$i_N = i_1 + i \quad \text{Hay:} \quad i_1 = -i + i_N$$

Theo định luật Ohm: $v = R_N \cdot i_1$.

Tóm lại: $v = -R_N \cdot i + R_N \cdot i_N$ (2.57)

Quan hệ (2.57) xác định luật đầu ra cho mạch Norton. Đồ thị mô tả quan hệ v theo i có dạng đường thẳng, hệ số góc âm ($-R_N$), xem hình 2.31.

Từ các quan hệ (2.56) và (2.57) luật đầu ra của mạch Thévenin và Norton tương đương nhau khi ta tương đồng các giá trị sau:

$$\begin{aligned} R_N &= R_T \\ V_T &= R_N \cdot i_N \end{aligned} \quad (2.58)$$

Tóm lại, có thể thay thế mạch một cửa Thévenin thành mạch tương đương Norton hoặc ngược lại. Khi qui đổi tương đương, các thông số trong các mạch phải biến đổi thỏa quan hệ (2.58).

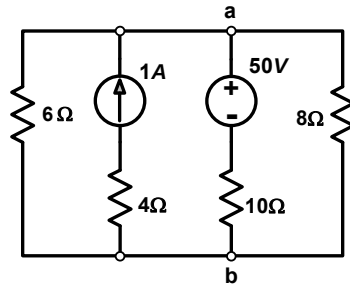
Ví dụ 2.10:

Cho mạch điện hình 2.32, áp dụng mạch tương đương Thévenin hay Norton tìm dòng điện qua phần tử điện trở 8Ω .

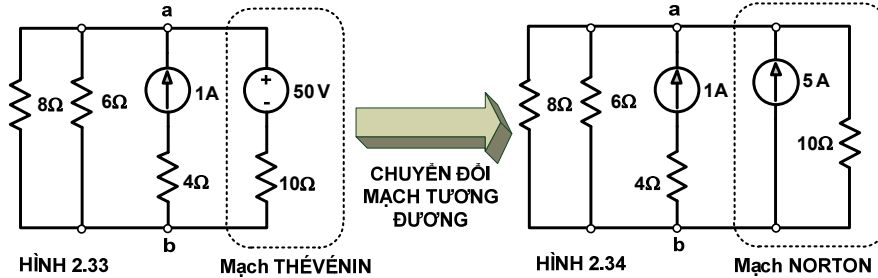
Giải:

Đầu tiên vẽ lại mạch điện tương đương của mạch điện hình 2.32, xem mạch điện hình 2.33.

Từ mạch điện hình 2.33; áp dụng mạch tương đương Thévenin với Norton, chuyển đổi mạch trong hình 2.33 sang mạch tương đương hình 2.34.



HÌNH 2.32



Kế tiếp biến đổi mạch trong hình 2.34 sang mạch tương đương hình 2.35.

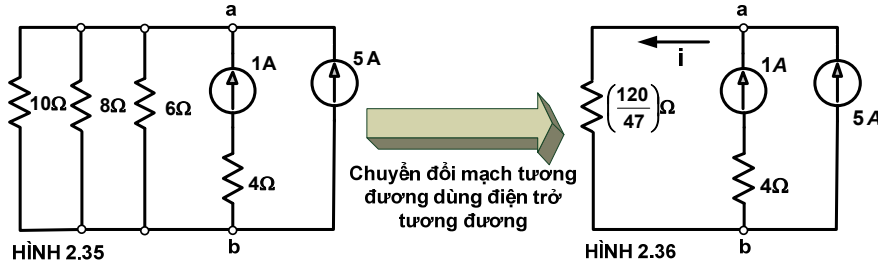
Trong mạch hình 2.35, thay thế các điện trở ghép song song bằng điện trở tương đương, ta có:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{10} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{94}{240}$$

Suy ra: $R = \frac{240}{94} = \frac{120}{47} \Omega$

Mạch tương đương sau cùng trình bày trong hình 2.36. Dòng i qua R là $i = 6A$. Suy ra, điện áp giữa hai nút ab là:

$$v_{ab} = R \cdot i = \frac{120}{47} \cdot 6 = \frac{720}{47} V$$



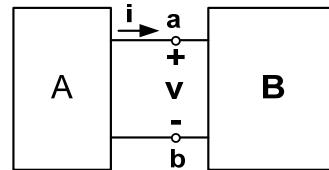
Từ kết quả tìm được trở lại mạch trong hình 2.32, suy ra dòng điện qua điện trở 8Ω :

$$i = \frac{v_{ab}}{8\Omega} = \frac{720}{47 \cdot 8} = \frac{90}{47} = 1,9148 \approx 1,915 A$$

2.3.3. PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH TRỰC TIẾP MẠCH THÉVENIN HAY NORTON TỪ MẠCH ĐIỆN CHO TRƯỚC

Với mạch điện cho trước, để xác định trực tiếp mạch điện tương đương Thévenin hay Norton chúng ta áp dụng phương pháp sau:

Giả sử mạch điện được phân chia thành hai mạch con A và B nối với nhau tại hai nút a và b , hình 2.37.

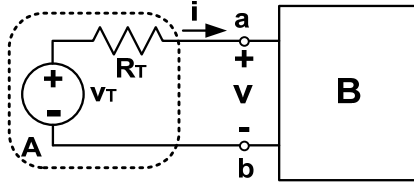


HÌNH 2.37

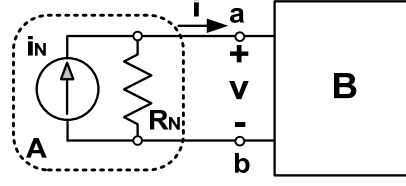
Muốn tính toán dòng và áp trong B mà không cần quan tâm đến dòng áp trong A; ta cần chứng minh: nếu A chỉ chứa điện trở và nguồn độc lập thì luật đầu ra của nó có dạng: $v = f(i) = \alpha i + \beta$, với α và β là các hằng số. Đồ thị của hàm này trong hệ tọa độ i - v tương tự như đã trình bày trong hình 2.30.

✚ Nếu đặt $\alpha = -R_T$ và $\beta = v_T$ thì A sẽ tương đương với dạng Thévenin, hình 2.38.

✚ Dạng Norton tương đương với A có thể tìm được theo một trong hai phương pháp sau, xem hình 2.39.



HÌNH 2.38



HÌNH 2.39

✚ Thực hiện phép biến đổi Thévenin – Norton.

✚ Dùng phương pháp so sánh $v = f(i) = \alpha i + \beta$ với cách đặt

$$\alpha = -R_N \text{ và } i_N = \frac{-\beta}{\alpha}.$$

Sau khi thay thế mạch con A bằng các mạch Thévenin hay Norton, công việc giải mạch sẽ đơn giản, nhẹ nhàng hơn.

Với luật đầu ra của mạch con A trong hình 2.38 có dạng:

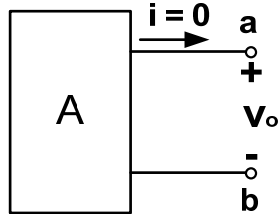
$$v = f(i) = \alpha i + \beta = -R_T \cdot i + v_T \quad (2.59)$$

Đồ thị của hàm ra trình bày trong hình 2.30. Khi cho $i = 0$; suy ra:

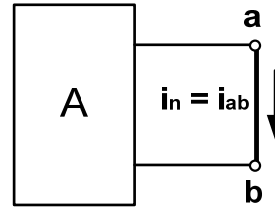
$$v(0) = f(0) = +v_T \quad (2.60)$$

Kết luận: Điện áp v_T chính là giá trị của điện áp v trên hình 2.38 khi $i = 0$; nghĩa là A bị hở mạch tại a và b. Giá trị của v lúc đó được gọi là điện áp hở mạch v_o .

$$v_T = v_o \quad (2.61)$$



HÌNH 2.40



HÌNH 2.41

Giá trị v_o được tính từ sơ đồ mạch trong hình 2.38, bằng cách cắt đứt các dây nối A với B tại các nút a, b; rồi tính điện áp v_{ab} xuất hiện tại các nút a, b do các nguồn bên trong A tạo ra; xem hình 2.40.

Bây giờ ngắn mạch a và b; tức là cho $v = 0$. Quan hệ (2.59) được viết lại như sau:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{i}) = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i} + \boldsymbol{\beta} = -\mathbf{R}_T.\mathbf{i} + \mathbf{v}_T = \mathbf{0} \quad (2.62)$$

Trong đó i_n : là dòng điện ngắn mạch chạy từ a đến b trên hình 2.39; sau khi đã tách A khỏi B rồi nối hai nút a với b bằng dây không điện trở (điện trở vô cùng bé), xem hình 2.41. Từ (2.62) suy ra:

$$\mathbf{R}_T = \frac{\mathbf{v}_T}{\mathbf{i}_n} = \frac{\mathbf{v}_0}{\mathbf{i}_n} \quad (2.63)$$

Tổng hợp hai kết quả trên, chúng ta được phương pháp xác định trực tiếp dạng Thévenin từ sơ đồ mạch.

Tóm lại, ở mạch con A, điện áp hở mạch v_0 được tính từ hình 2.38 và dòng ngắn mạch i_n được tính từ hình 2.39. Mạch Thévenin tương đương của A có thể tìm từ các quan hệ sau:

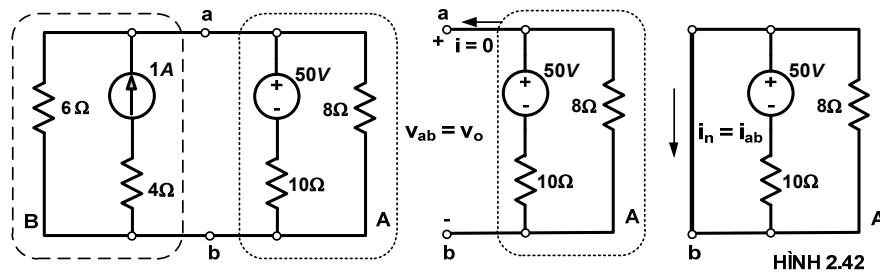
$$\mathbf{v}_T = \mathbf{v}_0 \quad \text{và} \quad \mathbf{R}_T = \frac{\mathbf{v}_0}{\mathbf{i}_n}$$

Dùng các kết quả này để chuyển mạch sang dạng Norton. Ở mạch con A, điện áp hở mạch v_0 được tính từ hình 2.38 và dòng ngắn mạch i_n được tính từ hình 2.39. Mạch Norton tương đương của A có thể tìm từ các quan hệ sau:

$$\mathbf{i}_N = \mathbf{i}_n \quad \text{và} \quad \mathbf{R}_N = \frac{\mathbf{v}_0}{\mathbf{i}_n}$$

Ví dụ 2.11:

Áp dụng phương pháp tính trực tiếp mạch Thévenin giải lại bài toán cho trong ví dụ 2.10.



Giải:

Đầu tiên mạch điện trong hình 2.32 được vẽ lại thành hai mạch con như trong hình 2.42. Sau đó cắt đứt hai mạch con tại a, b rồi xác định điện áp hở mạch v_0 và dòng ngắn mạch i_n ở hai cực a, b.

✚ Xác định điện áp mạch hở v_o

Khi dòng điện trên ngõ ra của mạch con A là $i = 0$; điện áp v_o chính là điện áp đặt lên điện trở R trong mạch con A.

Áp dụng cầu phân áp ta có kết quả sau:

$$v_o = \frac{8.50}{10 + 8} = \frac{200}{9} \text{ V}.$$

✚ Xác định dòng ngắn mạch i_n

Khi nối tắt ab, điện trở 8Ω xem như nối song song với điện trở 0Ω ; như vậy điện trở tương đương của hệ thống là 0Ω .

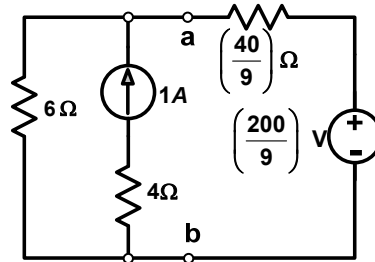
Áp dụng định luật Ohm ta có dòng ngắn mạch là:

$$i_n = \frac{50}{10} = 5 \text{ A}$$

Suy ra mạch Thévenin tương đương với mạch con A có các thông số như sau:

$$v_T = v_o = \frac{200}{9} \text{ V}$$

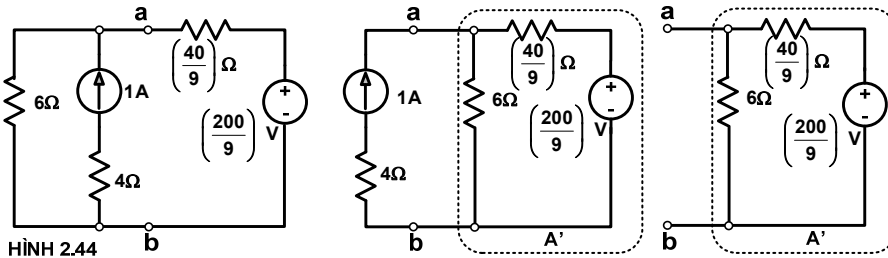
$$R_T = \frac{v_o}{i_n} = \frac{\left(\frac{200}{9}\right)}{5} = \frac{40}{9} \Omega$$



HÌNH 2.43

Mạch Thévenin tìm được cho toàn hệ thống ghi nhận như trong hình 2.43.

Với mạch hình 2.43, tiếp tục thực hiện biến đổi mạch Thévenin với các mạch con như sau, xem hình 2.44.



HÌNH 2.44

Xác định mạch tương đương Thévenin lần thứ hai.

✚ Xác định điện áp mạch hở v_o

Khi dòng điện trên ngõ ra của mạch con A' là $i = 0$; điện áp v_o chính là điện áp đặt lên điện trở 6Ω trong mạch con A'.

Áp dụng cầu phân áp được kết quả:

$$v_o = \frac{\left(\frac{200}{9}\right) \cdot 6}{\left(\frac{40}{9} + 6\right)} = \frac{600}{47} \text{ V}$$

✚ Xác định dòng ngắn mạch i_n .

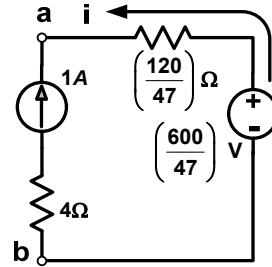
Khi nối tắt ab, điện trở 6Ω xem như nối song song với điện trở 0Ω ; như vậy điện trở tương đương của hệ thống là 0Ω .

$$\text{Dùng định luật Ohm tính dòng ngắn mạch: } i_n = \frac{\left(\frac{200}{9}\right)}{\left(\frac{40}{9}\right)} = 5 \text{ A}$$

Suy ra mạch Thévenin tương đương mạch con A có các thông số như sau:

$$v_T = v_o = \frac{600}{47} \text{ V}$$

$$R_T = \frac{v_o}{i_n} = \frac{\left(\frac{600}{47}\right)}{5} = \frac{120}{47} \Omega$$



HÌNH 2.45

Mạch tương đương của toàn hệ thống sau khi biến đổi theo Thévenin lần thứ hai được bày trình ở hình 2.45.

Trong hình 2.45; dòng điện i đang vẽ trong mạch có giá trị đối với nguồn dòng đang chứa trong mạch: $i = -1\text{A}$

Áp dụng định luật Kirchhoff 2 để viết phương trình cân bằng áp cho mắt lưới là:

$$-\left(\frac{120}{47}\right) \cdot i + \left(\frac{600}{47}\right) = v_{ab}$$

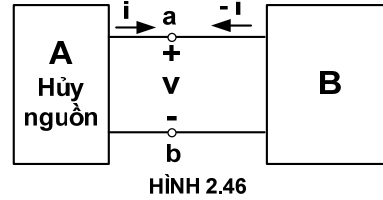
$$\text{Suy ra: } v_{ab} = \frac{600}{47} - \left(\frac{120}{47}\right) \cdot (-1) = \frac{720}{47} \text{ V}$$

Kết quả tìm được như đã tính trong ví dụ 2.10.

2.3.4. XÁC ĐỊNH R_T VÀ R_N BẰNG PHƯƠNG PHÁP HỦY NGUỒN

Từ các mạch tương đương Thévenin và Norton vẽ trong hình 2.38 và 2.39; giả sử luật đầu ra của mạch con A được xác định theo quan hệ $\mathbf{v} = \mathbf{f}(\mathbf{i}) = -\mathbf{R}_T \cdot \mathbf{i} + \mathbf{v}_T$. Nếu các nguồn trong A có trị số rất nhỏ, dẫn đến điện áp v_T hay điện áp hở mạch có giá trị rất nhỏ.

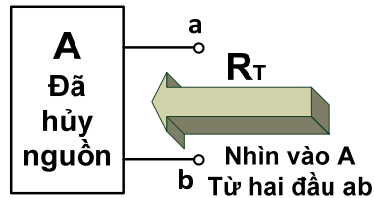
Trường hợp đặc biệt, nếu tắt cả các nguồn trong A đều bằng 0; hiển nhiên giá trị điện áp $v_o = v_T = 0V$. Như vậy, hàm ngõ ra của mạch Thévenin thu gọn là: $\mathbf{v} = -\mathbf{R}_T \cdot \mathbf{i}$



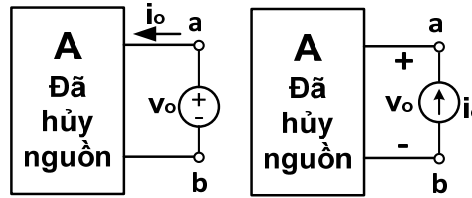
Trường hợp đặc biệt này được gọi là mạch con A bị hủy nguồn, hình 2.46.

Hình 2.46 chỉ là trường hợp đặc biệt của hình 2.37. Khi tắt cả các nguồn trong mạch con A bị hủy, bên trong chỉ còn các phần tử điện trở. Khi nhìn vào A từ hai đầu ab mạch con A tương đương như một điện trở.

Tóm lại: Điện trở tương đương R_T của mạch Thévenin có giá trị bằng với điện trở R_N của mạch một cửa A. Điện trở tương đương này chính là điện trở tương đương của A (khi hủy nguồn) nhìn từ cặp đầu ra của mạch con A (hình 2.47a).



HÌNH 2.47a



HÌNH 2.47b

Có hai phương pháp dùng xác định giá trị R_T (hay R_N).

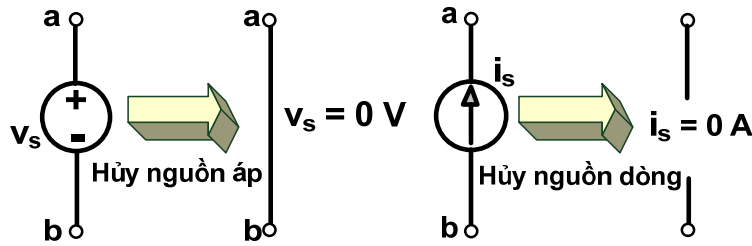
□ Phương pháp 1

Dùng các công thức xác định điện trở tương đương của hệ thống điện trở ghép nối tiếp, ghép song song hay đầu sao – tam giác để tính điện trở trong mạch con A (hủy nguồn).

Phương thức hủy nguồn được trình bày như sau, xem hình 2.48:

Nguồn áp được hủy bằng cách cho hàm nguồn $v_s = 0V$; nói khác đi hủy nguồn áp là làm nối tắt (ngắn mạch) hai đầu nguồn.

Nguồn dòng được hủy bằng cách cho hàm nguồn $i_s = 0A$; nói khác đi hủy nguồn dòng là làm hở mạch hai đầu nguồn.



HÌNH 2.48

□ Phương pháp 2

Cấp vào mạch con A (đã hủy nguồn) một nguồn áp v_o (v_o có giá trị tùy ý) rồi tính dòng điện i_o , từ đó suy ra giá trị R_T theo quan hệ:

$$R_T = \frac{v_o}{i_o}$$

Hoặc ta cũng có thể cấp vào mạch con A (đã hủy nguồn) một nguồn dòng i_o (i_o có giá trị tùy ý) rồi tính áp v_o , từ đó suy ra giá trị R_T

theo quan hệ: $R_T = \frac{v_o}{i_o}$ (hình 2.47b).

Ví dụ 2.12:

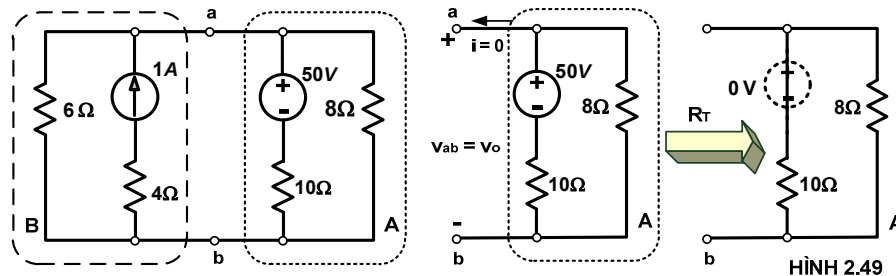
Áp dụng phương pháp hủy nguồn xác định điện trở tương đương Thévenin của mạch con A đã xác định trong ví dụ 2.11.

Giải:

Với mạch điện hình 2.42 cho trong ví dụ 2.11; sau khi tách mạch A; áp dụng phương pháp hủy nguồn trong mạch con A để xác định điện trở tương đương R_T của mạch con A như sau, xem hình 2.49:

$$R_T = \frac{10.8}{10 + 8} = \frac{80}{18} = \frac{40}{9} \Omega$$

Kết quả tính được giống như đã xác định trong thí dụ 2.11.



HÌNH 2.49

2.3.5. XÁC ĐỊNH R_T VÀ R_N KHI MẠCH CHỨA NGUỒN PHỤ THUỘC

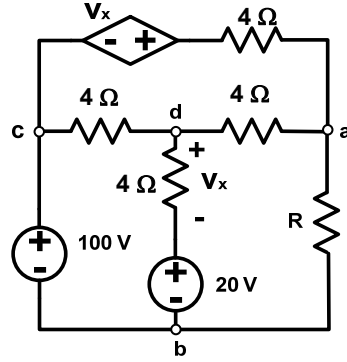
Ví dụ 2.13:

Cho mạch điện như trong hình 2.50. Tìm mạch tương đương Thévenin đặt tại hai nút ab. Xác định giá trị R để P đạt giá trị cực đại.

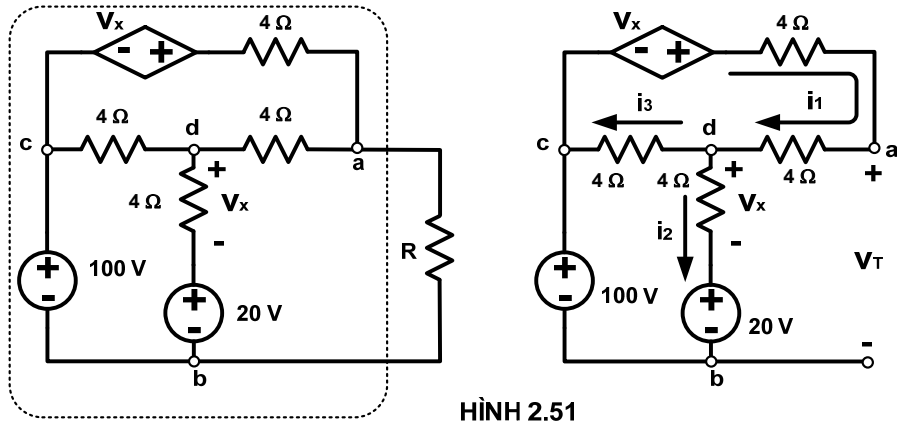
Giải:

Mạch điện hình 2.50 chứa nguồn áp phụ thuộc điện áp V_x đặt trên hai đầu phần tử 4Ω .

Mạch tương đương Thévenin giữa hai nút ab, xem hình 2.51.



HÌNH 2.50



HÌNH 2.51

Trong mạch tương đương Thévenin (hình 2.51); giả sử ta chọn chiều cho các dòng điện tại nút d như hình 2.51. Tại nút d ta có định luật Kirchhoff 1 như sau:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (2.64)$$

Xác định điện áp mạch hở $v_T = v_{ab}$

Trước tiên ta có: $v_{cb} = 100 \text{ V}$

$$v_{ab} = v_{ac} + v_{cb} = v_{ac} + 100 \text{ V} \quad (2.65)$$

$$v_x = 4 \cdot i_2 \quad (2.66)$$

Áp dụng định luật Kirchhoff 2 cho mắt lưới cdb ta có phương trình cân bằng áp như sau:

$$100 + 4i_3 = 4i_2 + 20$$

Thu gọn: $i_2 - i_3 = 20$ (2.67)

✚ Áp dụng định luật Kirchhoff 2 cho mắt lưới cad ta có phương trình cân bằng áp như sau:

$$8i_1 + 4i_3 = v_x$$
 (2.68)

Từ (2.68) và (2.66) suy ra:

$$8i_1 + 4i_3 = 4i_2$$
 (2.69)

✚ Từ (2.64) và (2.69) suy ra:

$$2(i_2 + i_3) + i_3 = i_2$$

Hay: $i_2 = -3i_3$ (2.70)

✚ Từ (2.67) và (2.70) ta có hệ phương trình 2 ẩn số như sau:

$$\begin{cases} i_2 - i_3 = 20 \\ i_2 + 3i_3 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình suy ra: $i_3 = -5A$ và $i_2 = 15A$. Như vậy, ta có kết quả: $i_1 = 10A$.

✚ Điện áp giữa hai nút ac được xác định như sau:

$$v_{ac} = v_{ad} + v_{dc} = 4i_1 + 4i_3 = 4(10) + 4(-5) = 20 \text{ V}$$

✚ Từ (2.65) suy ra điện áp giữa hai nút ab là :

$$v_{ab} = v_{ac} + v_{cb} = 20 \text{ V} + 100 \text{ V} = 120 \text{ V}$$

Như vậy, điện áp mạch hở giữa hai nút ab của mạch Thévenin là: $v_T = v_{ab} = 120V$.

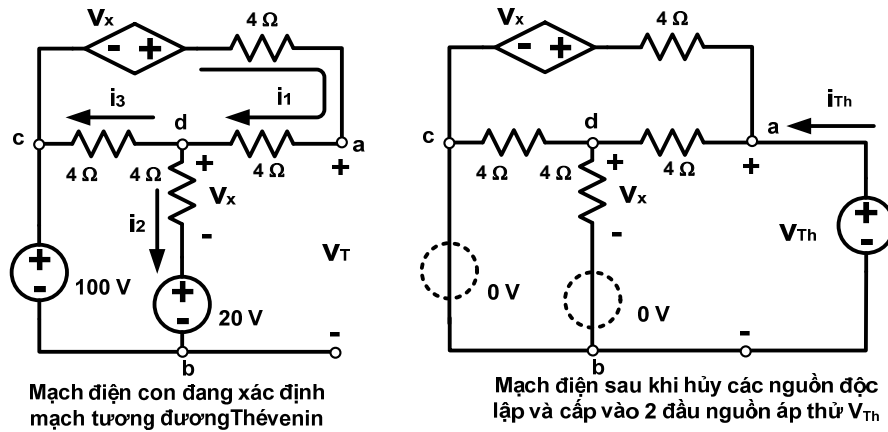
Xác định điện trở R_T :

Muốn xác định điện trở R_T của mạch tương đương Thévenin khi mạch chứa nguồn phụ thuộc; ta cần thực hiện theo trình tự sau:

✚ Từ ngõ vào của mạch con đang xác định mạch tương đương Thévenin; chúng ta hủy các nguồn độc lập hiện có trong mạch; nhưng không hủy các nguồn phụ thuộc.

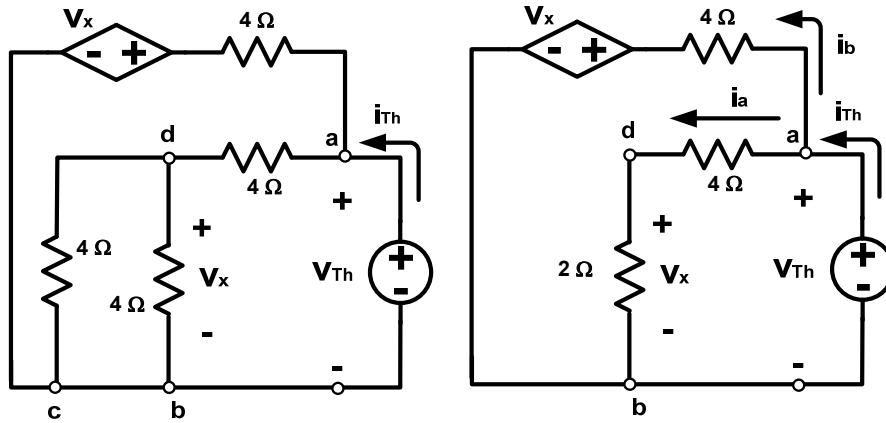
✚ Đặt một điện áp lên ngõ vào của mạch con (đang cần xác định mạch Thévenin tương đương) bằng nguồn điện áp thử v_{Th} và xác định dòng i_{Th} cung cấp vào mạch con, xem hình 2.52.

Giá trị của điện trở tương đương được xác định: $R_T = \frac{v_{Th}}{i_{Th}}$



HÌNH 2.52

Sau khi cấp nguồn điện áp thử, chúng ta thu gọn điện trở để mạch đơn giản hơn, xem hình 2.31.



HÌNH 2.53

Trong mạch này tại nút a ta có quan hệ: $i_{Th} = i_a + i_b$

Dòng điện i_a được xác định theo quan hệ sau: $i_a = \frac{V_{Th}}{6}$

Ta có: $V_x = 2 \cdot i_a = \frac{V_{Th}}{3}$

Dòng điện i_b được xác định theo quan hệ:

$$i_b = \frac{V_{Th} - V_x}{4} = \frac{V_{Th} - \left(\frac{V_{Th}}{3}\right)}{4} = \frac{\left(\frac{2V_{Th}}{3}\right)}{4} = \frac{V_{Th}}{6}$$

Tóm lại: $i_{Th} = \frac{V_{Th}}{6} + \frac{V_{Th}}{6} = \frac{V_{Th}}{3}$

Suy ra: $R_T = \frac{V_{Th}}{i_{Th}} = 3\Omega$

Như vậy, mạch điện cho trong ví dụ 2.13 được thay thế bằng mạch tương đương Thévenin như sau, xem hình 2.54.

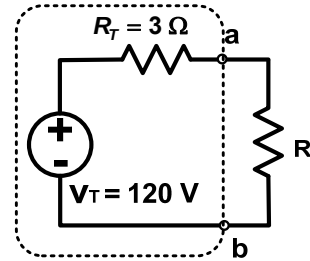
✚ Dòng điện qua điện trở R:

$$i = \frac{V_T}{R + R_T} = \frac{120}{3 + R}$$

✚ Công suất tiêu thụ trên R:

$$P = Ri^2 = \frac{120^2 R}{(3 + R)^2}$$

Từ quan hệ này, ta xác định được lúc P cực đại; $R = 3\Omega$ (tham khảo ví dụ 2.4)



Mạch tương đương Thévenin giữa hai nút ab

HÌNH 2.54

2.4. NGUYÊN LÝ XẾP CHỖ

2.4.1. PHẦN TỬ TUYẾN TÍNH VÀ MẠCH TUYẾN TÍNH

✚ Điện trở R là phần tử tuyến tính vì thỏa định luật Ohm $v = R.i$. Mạch tuyến tính được định nghĩa theo quan niệm sau:

Mạch tuyến tính là mạch chỉ chứa các phần tử tuyến tính và nguồn độc lập.

✚ Các phương trình của mạch tuyến tính được xây dựng từ các định luật Kirchhoff và luật i-v trên từng phần tử trong mạch; một cách tổng quát:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = y \quad (2.71)$$

Trong đó: x_k là dòng hay áp, còn y là tổng đại số các hàm nguồn. Nhận xét, khi $x_1, x_2, \dots, x_n$ thỏa (2.71), thì $Kx_1, Kx_2, \dots, Kx_n$ sẽ thỏa phương trình:

$$a_1 (Kx_1) + a_2 (Kx_2) + \dots + a_n (Kx_n) = Ky \quad (2.72)$$

2.4.2. NGUYÊN LÝ XẾP CHỖ

Xét mạch tuyến tính với nhiều nguồn độc lập. Bây giờ giả sử trong (2.71) có hai nguồn, quan hệ được viết lại như sau:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = y_1 + y_2 \quad (2.73)$$

Bây giờ ta hủy nguồn y_2 , tức hàm $y_2 = 0$; vì chúng ta không thay đổi phần tử và cách nối nên ta có được phương trình mới khi $y_2 = 0$. Các hệ số: $a_1, a_2 \dots a_k$ vẫn như cũ. Gọi $x_{11}, x_{21}, \dots x_{k1} \dots$ là nghiệm mới của phương trình này, ta có đẳng thức như sau:

$$a_1x_{11} + a_2x_{21} + \dots + a_nx_{n1} = y_1 \quad (2.74)$$

Trong đó, các chỉ số 1 thêm vào trong các giá trị x_k để chỉ nghiệm tìm được khi chỉ có nguồn 1 hoạt động còn nguồn 2 bị hủy. Bây giờ cho nguồn 2 hoạt động và hủy nguồn 1 ($y_1 = 0$), ta có kết quả tương tự như sau:

$$a_1x_{12} + a_2x_{22} + \dots + a_nx_{n2} = y_2 \quad (2.75)$$

Trong đó: $x_{12}, x_{22}, \dots x_{k2} \dots$ là nghiệm mới của phương trình này, với các chỉ số 2 thêm vào trong các giá trị x_k để chỉ nghiệm tìm được khi chỉ có nguồn 2 hoạt động còn nguồn 1 bị hủy. Thực hiện phép cộng từng vế theo vế của các quan hệ (2.74) và (2.75) được kết quả như sau:

$$a_1(x_{11} + x_{12}) + a_2(x_{21} + x_{22}) + \dots + a_n(x_{n1} + x_{n2}) = y_1 + y_2 \quad (2.76)$$

So sánh (2.73) và (2.76), ta rút ra kết luận như sau:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_{11} + x_{12} \\ x_2 &= x_{21} + x_{22} \\ &\dots \\ x_n &= x_{n1} + x_{n2} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Các giá trị trình bày trong (2.77) chứng tỏ:

Đáp ứng của một mạch có nhiều nguồn độc lập bằng tổng đáp ứng đối với từng nguồn khi tất cả các nguồn khác còn lại bị hủy không hoạt động. Nguyên lý này được gọi là nguyên lý xếp chồng.

Trình tự khảo sát mạch dùng nguyên lý xếp chồng

Bước 1: Xác định số nguồn m và đánh số tự tự.

Bước 2: Chỉ cho một nguồn làm việc hủy tất cả các nguồn độc lập khác còn lại. Giải mạch để tìm ra các giá trị x_{k1} do nguồn 1 tác động.

Bước 3: Tiếp tục thực hiện như bước 2 cho lần lượt các nguồn khác còn lại.

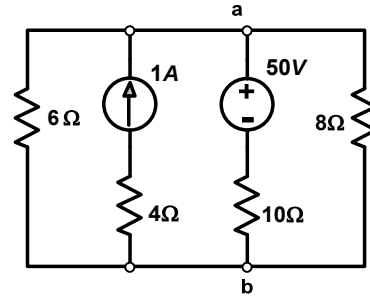
Bước 4: Xác định kết quả bằng cách tổng hợp các kết quả theo quan hệ (2.77).

Ví dụ 1.13:

Giải lại bài toán cho trong ví dụ 1.11, xác định dòng điện qua điện trở 8Ω bằng cách áp dụng nguyên lý xếp chồng.

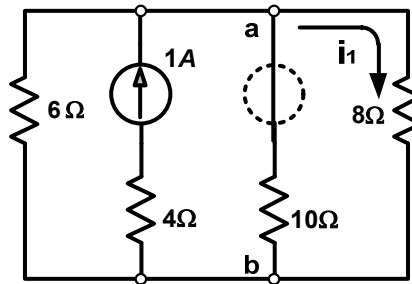
Giải:

Mạch điện chứa hai nguồn độc lập; lần lượt hủy từng nguồn và xác định dòng qua điện trở 8Ω (khi vận hành từng nguồn trong mạch).



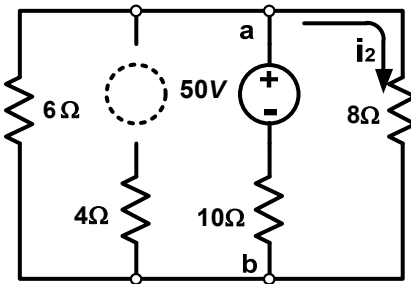
HÌNH 2.55

Các mạch điện khi hủy nguồn và chỉ cho một nguồn hoạt động, trình bày trong hình 2.56 và hình 2.57. Xác định dòng điện i_1 và i_2 qua điện trở 8Ω trong mỗi mạch tương đương.



Mạch tương đương khi hủy nguồn áp

HÌNH 2.56



Mạch tương đương khi hủy nguồn dòng

HÌNH 2.57

Giá trị thực sự của dòng I qua điện trở này khi cả hai nguồn cùng làm việc là:

$$i = i_1 + i_2.$$

Dòng qua điện trở khi hủy nguồn áp

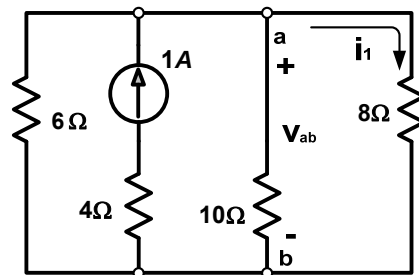
Với mạch điện hình 2.58, chọn b làm nút chuẩn, gọi V_{ab} là điện thế tại nút a so với nút chuẩn.

Phương trình điện thế nút tại a có dạng như sau:

$$\frac{V_{ab}}{6} + \frac{V_{ab}}{10} + \frac{V_{ab}}{8} = 1$$

Giải phương trình trên được kết quả như sau:

$$V_{ab} = \frac{240}{94} = \frac{120}{47}$$



HÌNH 2.58

Dòng điện qua điện trở $8\ \Omega$ khi chỉ có nguồn dòng 1A hoạt động:

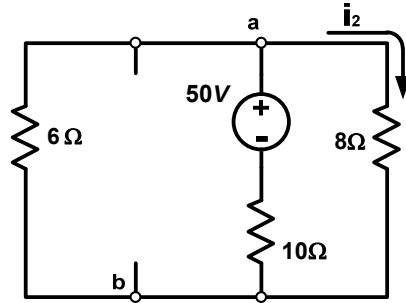
$$i_1 = \frac{V_{ab}}{8} = \frac{120}{47.8} = \frac{15}{47}\text{ A}$$

Dòng qua điện trở khi hủy nguồn dòng

Khi hủy nguồn dòng trong mạch hình 2.59 và chỉ còn nguồn áp, áp dụng phương trình điện thế nút tại a khi chọn nút b làm nút chuẩn:

$$\frac{V_a}{6} + \frac{V_a}{8} + \frac{V_a - 50}{10} = 0$$

$$\text{Suy ra: } V_a = \frac{5.240}{94} = \frac{600}{47}$$



HÌNH 2.59

Dòng điện qua điện trở $8\ \Omega$ khi chỉ có nguồn áp 50 V hoạt động:

$$i_2 = \frac{V_a}{8} = \frac{600}{47.8} = \frac{75}{47}$$

Khi cả hai nguồn cùng hoạt động dòng điện thực sự qua điện trở $8\ \Omega$ xác định theo nguyên lý xếp chồng là:

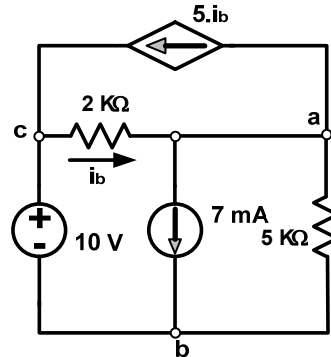
$$i = i_1 + i_2 = \frac{15}{47} + \frac{75}{47} = \frac{90}{47}\text{ A}$$

Ví dụ 2.15:

Cho mạch điện trong hình 2.60; áp dụng nguyên lý xếp chồng để xác định điện áp trên điện trở $5\text{K}\Omega$

Giải:

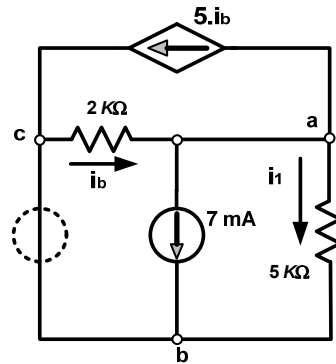
Trong mạch bao gồm hai nguồn áp độc lập và một nguồn áp phụ thuộc; chúng ta lần lượt hủy từng nguồn áp độc lập (không hủy nguồn phụ thuộc) và xác định dòng qua điện trở $5\text{K}\Omega$ (khi



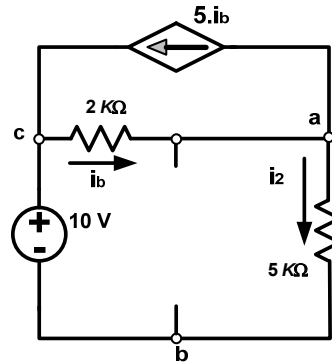
HÌNH 2.60

vận hành từng nguồn trong mạch).

Ta có các mạch điện khi hủy các nguồn và chỉ cho một nguồn hoạt động, xem hình 2.61 và 2.62 sau đây.



Mạch tương đương
khi hủy nguồn áp
HÌNH 2.61



Mạch tương đương
khi hủy nguồn dòng
HÌNH 2.62

Trong mạch điện hình 2.61, chúng ta áp dụng nguyên tắc tỉ lệ xác định i_1 . Đầu tiên giả sử giá trị của $i_1 = 2\text{mA}$; từ đó suy ra điện áp giữa hai nút ab là:

$$v_{ab} = 5\text{k}\Omega \cdot 2\text{mA} = 10\text{V}$$

Suy ra, dòng i_b có giá trị là:

$$i_b = \frac{-v_{ab}}{2\text{k}\Omega} = \frac{-10\text{V}}{2\text{k}\Omega}$$

Do đó, $i_b = -5\text{mA}$. Áp dụng định luật Kirchhoff 1 tại nút a ta có:

$$i_T + i_1 + 5i_b = i_b$$

Suy ra: $i_T = -4i_b - i_1 = -4(-5) - 2 = 18\text{mA}$

Tóm lại:

✚ Với nguồn dòng có giá trị $i_T = 18\text{mA}$; dòng $i_1 = 2\text{mA}$ (giá trị giả sử, tự chọn).

✚ Với nguồn dòng có giá trị $i_T = 7\text{mA}$; dòng i_1 đạt giá trị xác định theo nguyên lý tỉ lệ như sau:

$$i_1 = \frac{2.7}{18} = \frac{7}{9}\text{mA}$$

Trong mạch điện tương đương hình 2.62; tại nút a ta có:

$$i_b = 5i_b + i_2 \quad \text{hay: } i_2 = -4i_b$$

Áp dụng định luật Kirchhoff 2 trong mắt lưới cab, ta có phương trình cân bằng áp như sau:

$$10 = 2.i_b + 5.i_2 = 2.\left(\frac{-i_2}{4}\right) + 5.i_2 = \frac{9.i_2}{2}$$

Suy ra:
$$i_2 = \frac{20}{9} \text{ mA}$$

Tóm lại, dòng điện thực sự qua điện trở $5\text{K}\Omega$ là:

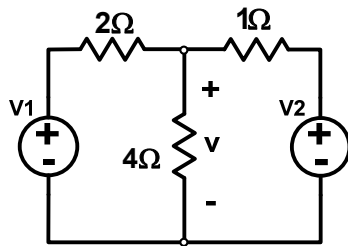
$$i = i_1 + i_2 = \frac{7}{9} + \frac{20}{9} = \frac{27}{9} \text{ mA}$$

Như vậy điện áp đặt lên điện trở $5\text{K}\Omega$ là:

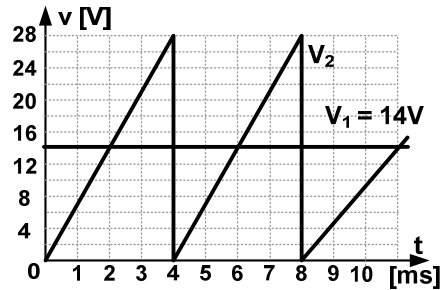
$$v = 5\text{K}\Omega \cdot \frac{27}{9} \text{ mA} = \frac{135}{9} \text{ V} = 15\text{V}$$

Ví dụ 2.16:

Cho mạch điện trong hình 2.63; áp dụng nguyên lý xếp chồng để xác định dạng điện áp trên điện trở 4Ω . Biết dạng điện áp tức thời của nguồn áp v_1 và v_2 cho trong hình 2.64.

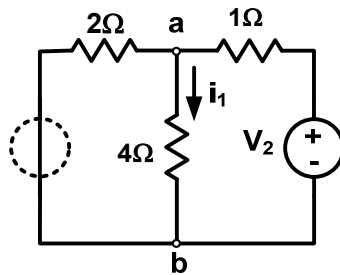


HÌNH 2.63

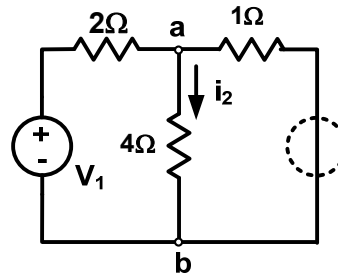


HÌNH 2.64

Giải:



HÌNH 2.65



HÌNH 2.66

Mạch tương đương trong hình 2.63 được vẽ lại khi lần lượt hủy từng nguồn v_1 và v_2 trình bày trong hình 2.65 và 2.66.

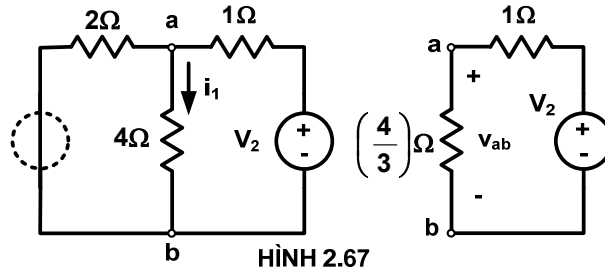
Muốn vẽ dạng tín hiệu điện áp tức thời của điện áp đặt trên điện trở 4Ω ; trước tiên chúng ta xác định hàm nguồn của các nguồn áp v_1 và v_2 theo thời gian t .

Ta có: $v_1 = 14V$ (Khi $t \geq 0$)

Tương tự, ta có: $v_2 = 7t$ (Khi $0 \leq t \leq 4ms$), $T = 4ms$

Tính dòng i_1

Áp dụng điện trở tương đương, ta thay 2 điện trở đang ghép song song giữa hai nút ab trong hình 2.65 bằng điện trở có giá trị sau:



HÌNH 2.67

$$R = \frac{2.4}{2+4} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Omega$$

Áp dụng cầu phân áp, suy ra điện áp v_{ab} trong mạch tương

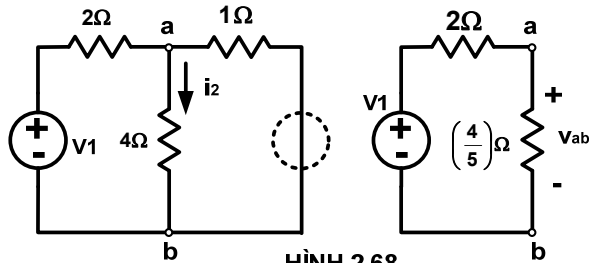
đương hình 2.67 là: $v_{ab} = \frac{\left(\frac{4}{3}\right) \cdot v_2}{\left(\frac{4}{3} + 1\right)} = \left(\frac{4}{7}\right) v_2$

Dòng điện i_1 xác định theo quan hệ sau: $i_1 = \frac{v_{ab}}{4} = \frac{v_2}{7}$

Tóm lại: $i_1 = t$ (Khi: $0 \leq t \leq 4ms$), $T = 4ms$

Tính dòng i_2

Tính tương tự như trường hợp trên, ta có kết quả tính toán trình bày trong hình 2.68.



HÌNH 2.68

Điện áp v_{ab} trong hình 2.68 xác định theo cầu phân áp, cho kết quả như sau:

$$v_{ab} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right) \cdot v_1}{\left(\frac{4}{5} + 2\right)} = \left(\frac{2}{7}\right) v_1$$

Dòng i_2 được xác định theo quan hệ sau:

$$i_2 = \frac{V_{ab}}{4} = \frac{V_1}{14} = \frac{14}{14} = 1 \text{ A}$$

Bây giờ áp dụng nguyên tắc xếp chồng suy ra dòng điện tổng i_T qua điện trở 4Ω :

$$i_T = i_1 + i_2 = t + 1 \quad (\text{Khi: } 0 \leq t \leq 4; \quad T = 4\text{ms})$$

Điện áp trên điện trở 4Ω được xác định theo định luật Ohm:

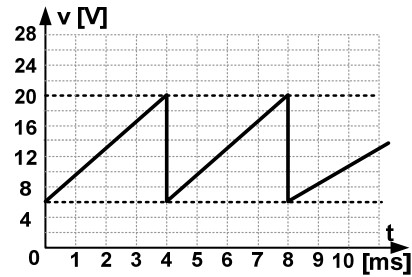
$$v = 4 \cdot i_T = 4(t + 1) \quad (\text{Khi: } 0 \leq t \leq 4; \quad T = 4\text{ms})$$

Dạng điện áp v được trình bày trong đồ thị hình 2.69.

Khi sử dụng nguyên lý xếp chồng chúng ta cần lưu ý các đặc điểm sau:

✚ Chỉ sử dụng cho các mạch tuyến tính có nhiều nguồn; không dùng cho các mạch phi tuyến.

✚ Nguyên lý xếp chồng sử dụng tốt nhất để xác định dòng qua phần tử và không thể áp dụng để tính điện áp hay công suất tiêu thụ trên phần tử.



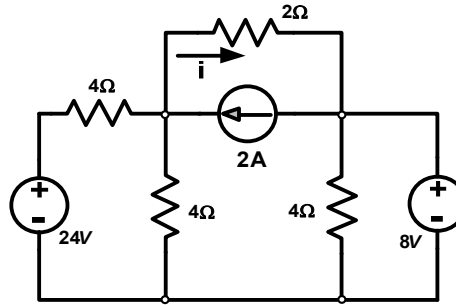
HÌNH 2.69

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Bài tập 2.1

Xác định giá trị dòng điện i qua mạch trong hình 2.70.

Đáp số:
 $i = 2 \text{ A}$

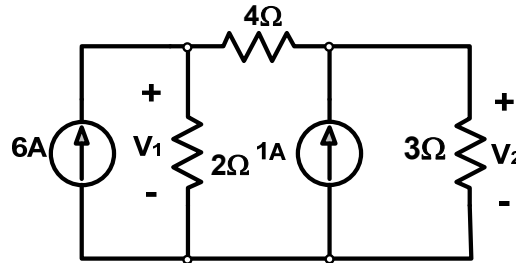


HÌNH 2.70

Bài tập 2.2

Cho mạch điện hình 2.71. Xác định điện áp v_1 và v_2 .

Đáp số:
 $v_1 = 10 \text{ V}$; $v_2 = 6 \text{ V}$

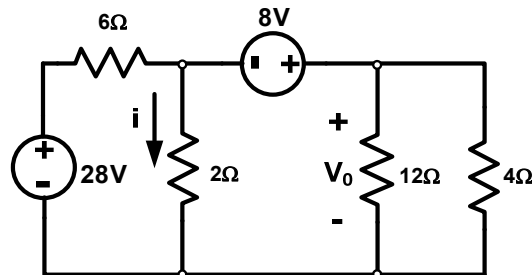


HÌNH 2.71

Bài tập 2.3

Xác định giá trị điện áp v_0 và dòng điện i qua mạch ở hình 2.72.

Đáp số:
 $v_0 = 10 \text{ V}$; $i = 1 \text{ A}$

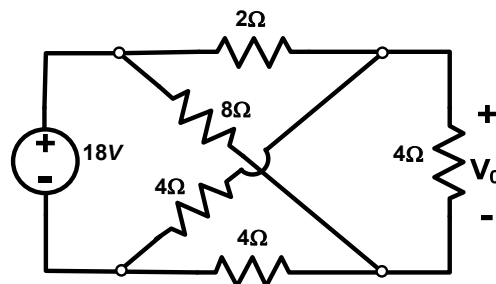


HÌNH 2.72

Bài tập 2.4

Xác định giá trị điện áp v_0 trong mạch điện hình 2.73.

Đáp số:
 $v_0 = 3 \text{ V}$

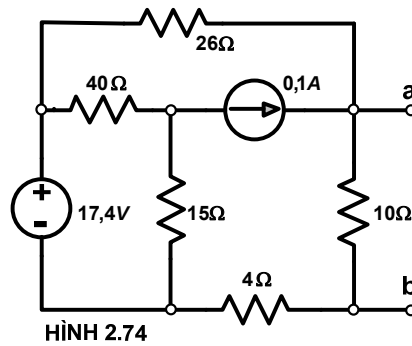


HÌNH 2.73

Bài tập 2.5

Tìm mạch tương đương Thévenin giữa hai nút ab của mạch điện hình 2.74.

Đáp số:
 $V_T = 5 \text{ V}$
 $R_T = 7,5 \Omega$

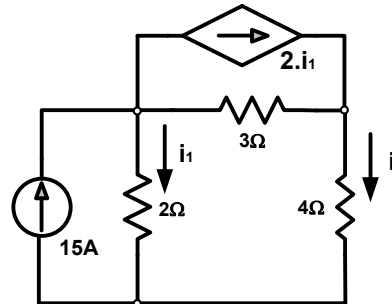


HÌNH 2.74

Bài tập 2.6

Cho mạch điện như hình 2.75, xác định dòng điện i qua điện trở 4Ω .

Đáp số:
 $i = 8 \text{ A}$

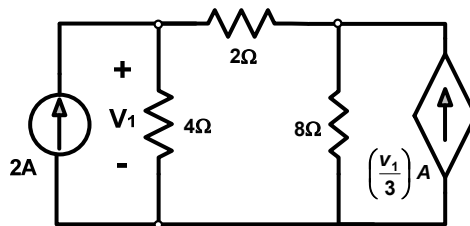


HÌNH 2.75

Bài tập 2.7

Cho mạch điện như hình 2.76, xác định công suất tiêu thụ trên điện trở 2Ω .

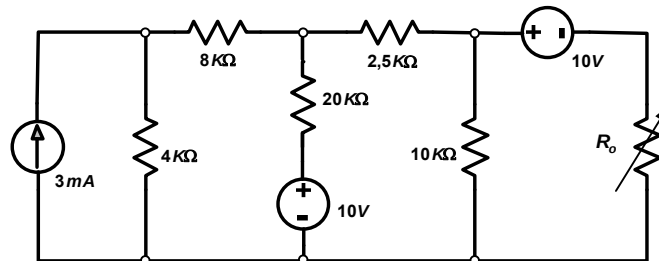
Đáp số:
 $P = 32 \text{ W}$



HÌNH 2.76

Bài tập 2.8

Cho mạch điện như hình 2.77, xác định công suất tiêu thụ trên biến trở R_o và giá trị R_o để công suất tiêu thụ đạt giá trị cực đại.



HÌNH 2.77

Đáp số: $R_o = 5 \text{ K}\Omega$; $P_{\max} = 957 \text{ mW}$

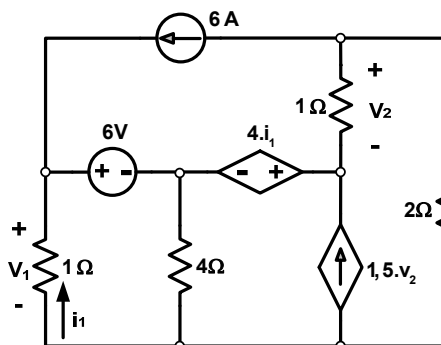
Bài tập 2.9

Cho mạch điện như hình 2.78, xác định điện áp v_1 và v_2 .

Đáp số:

$$v_1 = -2 \text{ V}$$

$$v_2 = -4 \text{ V}$$



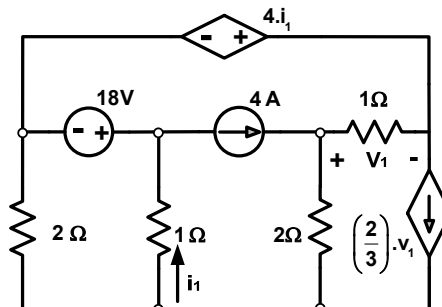
HÌNH 2.78

Bài tập 2.10

Cho mạch điện như hình 2.79, xác định điện áp v_1 .

Đáp số:

$$v_1 = 15,43 \text{ V}$$



HÌNH 2.79

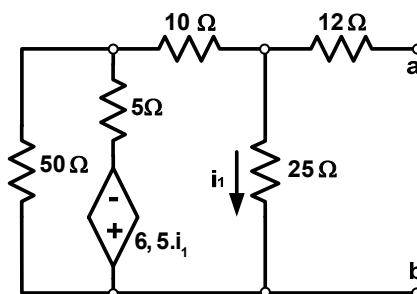
Bài tập 2.11

Tìm mạch tương đương Thévenin giữa hai nút ab của mạch điện hình 2.80.

Đáp số:

$$V_T = 0 \text{ V}$$

$$R_T = 20 \Omega$$



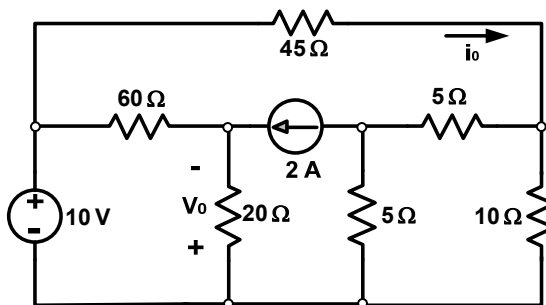
HÌNH 2.80

Bài tập 2.12

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định điện áp v_0 và dòng i_0 trong mạch điện ở hình 2.81.

Đáp số:

$$v_0 = -32,5 \text{ V}; i_0 = 0,3 \text{ A}$$



HÌNH 2.81

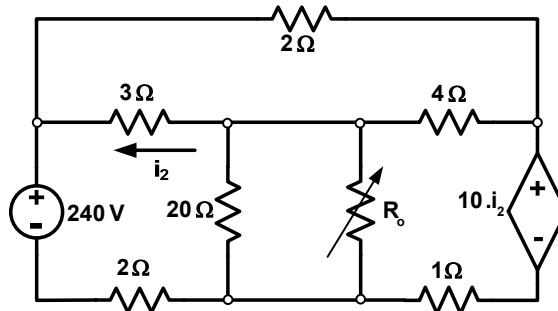
Bài tập 2.13

Cho mạch điện như hình 2.82, Xác định công suất tiêu thụ trên biến trở R_o . Suy ra giá trị R_o để công suất tiêu thụ đạt giá trị cực đại.

Đáp số:

$$R_o = 6 \, \Omega$$

$$P_{\max} = 2,25 \, \text{W}$$



HÌNH 2.82

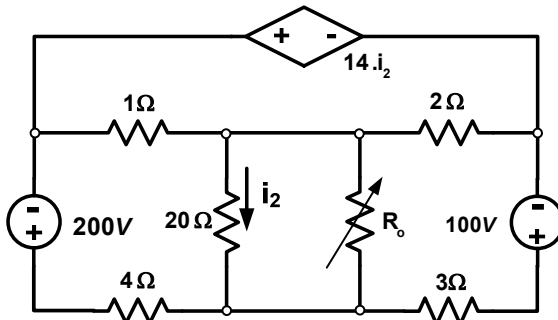
Bài tập 2.14

Cho mạch điện như hình 2.83, Xác định công suất tiêu thụ trên biến trở R_o . Suy ra giá trị R_o để công suất tiêu thụ đạt giá trị cực đại.

Đáp số:

$$R_o = 2,5 \, \Omega$$

$$P_{\max} = 2250 \, \text{W}$$



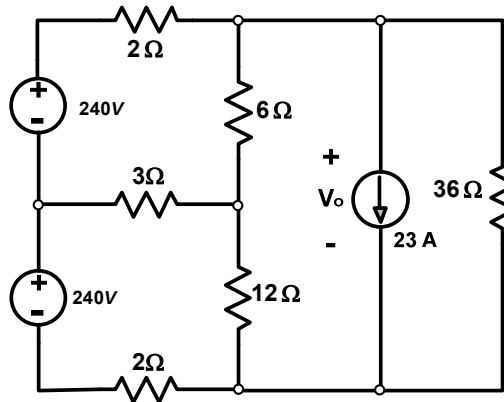
HÌNH 2.83

Bài tập 2.15

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định điện áp v_o trong mạch điện ở hình 2.84.

Đáp số:

$$v_o = 288 \, \text{V}$$



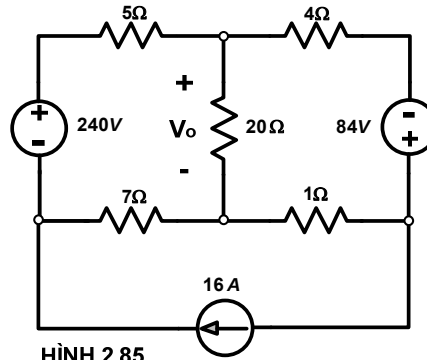
HÌNH 2.84

Bài tập 2.16

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định điện áp v_o trong mạch điện ở hình 2.85.

Đáp số:

$$v_o = 28 \text{ V}$$



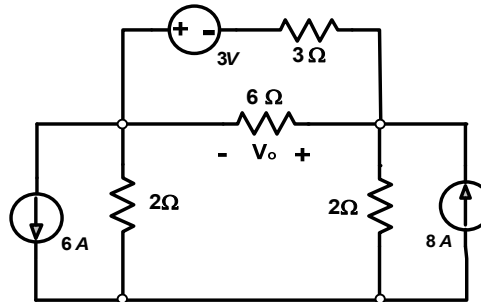
HÌNH 2.85

Bài tập 2.17

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định điện áp v_o trong mạch điện trong hình 2.86.

Đáp số:

$$v_o = 8 \text{ V}$$



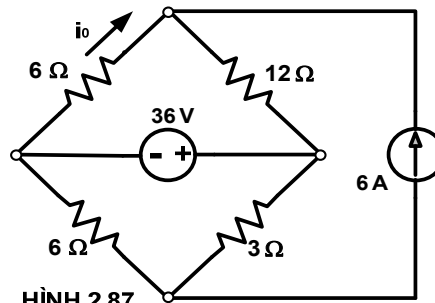
HÌNH 2.86

Bài tập 2.18

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định dòng điện i_o trong mạch điện ở hình 2.87.

Đáp số:

$$i_o = -6 \text{ A}$$



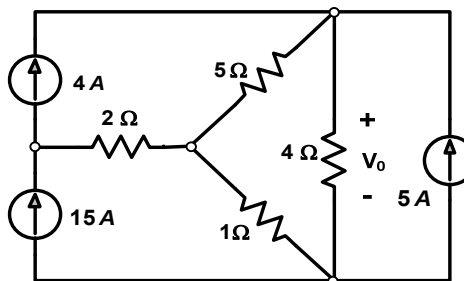
HÌNH 2.87

Bài tập 2.19

Áp dụng nguyên lý xếp chồng xác định điện áp v_o trong mạch điện ở hình 2.88.

Đáp số:

$$v_o = 26 \text{ V}$$



HÌNH 2.88

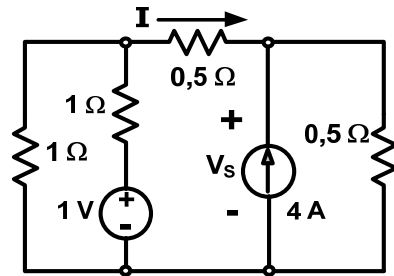
Bài tập 2.20

Cho mạch điện như hình 2.89.
Tính dòng I và áp v_s .

Đáp số:

$$I = -1 \text{ A}$$

$$v_s = 1,5 \text{ V}$$



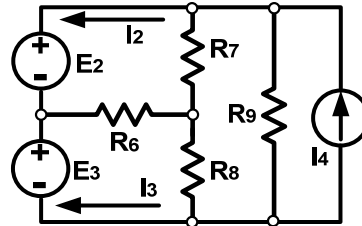
HÌNH 2.89

Bài tập 2.21

Cho mạch điện hình 2.90, biết:
 $R_6 = R_7 = R_8 = 2 \Omega$; $R_9 = 10 \Omega$;
 $E_2 = 12 \text{ V}$; $E_3 = 18 \text{ V}$; $I_4 = 7 \text{ A}$. Tính
dòng I_3 và công suất phát bởi
nguồn áp E_2 .

Đáp số:

$$I_3 = 4 \text{ A}; P = 36 \text{ W}$$



HÌNH 2.90

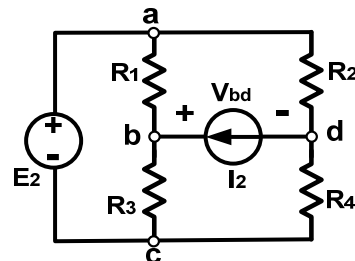
Bài tập 2.22

Cho mạch điện hình 2.91, biết:
 $R_1 = 4 \Omega$; $R_2 = 8 \Omega$; $R_3 = 6 \Omega$;
 $R_4 = 12 \Omega$; $E_2 = 14 \text{ V}$; $I_2 = 2,5 \text{ A}$.
Tính áp V_{bd} và công suất của
nguồn dòng.

Đáp số:

$$V_{bd} = 18 \text{ V}$$

Nguồn dòng phát công suất 45 W



HÌNH 2.91

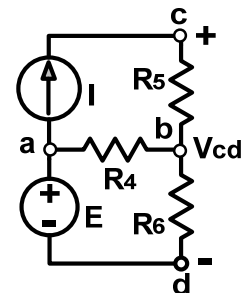
Bài tập 2.23

Cho mạch điện hình 2.92, biết: $E = 16 \text{ V}$;
 $I = 8 \text{ A}$; $R_4 = 3 \Omega$; $R_5 = 2 \Omega$; $R_6 = 5 \Omega$.
Tính áp V_{cd} và công suất của nguồn dòng.

Đáp số:

$$V_{cd} = 41 \text{ V}$$

Nguồn dòng phát công suất 200 W



HÌNH 2.92